STARKER START ins Studium

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Fachbereich Informatik und Mathematik
Institut für Informatik

Vorsemesterkurs Informatik

Sommersemester 2014

Aufgabenblatt Nr. 4B

Aufgabe 1 (Beweise oder widerlege)

Betrachte die folgenden Aussagen und entscheide, ob sie wahr oder falsch sind.
Wenn sie wahr sind, dann beweise.
Wenn sie falsch sind, dann widerlege die Aussage, d.h. gebe ein Beispiel an, das zeigt, dass die Aussage nicht stimmen kann.

(a) Sei a eine natürliche Zahl. Wenn a^3 gerade ist, dann ist a^4 gerade.

(b) Wenn n oder m durch 3 teilbar sind, dann ist auch die Summe $n + m$ durch 3 teilbar.

(c) Wenn a und b ungerade Zahlen sind, dann ist auch die Summe $a + b$ ungerade.

(d) Wenn $a \in \mathbb{N}$ durch 6 teilbar ist, dann ist a^2 durch 9 teilbar.

(e) Wenn eine Zahl durch 2 teilbar ist und eine weitere Zahl durch 3 teilbar ist, dann ist sowohl deren Produkt, als auch ihre Summe durch 6 teilbar.

Aufgabe 2 (Die Magische Zahl $z = a^2 - 1$)

Beweise: Sei $a \geq 5$ eine Primzahl.

(a) Dann ist die Zahl $z = a^2 - 1$ durch 3 teilbar.

(b) Dann ist die Zahl $z = a^2 - 1$ durch 2 teilbar.

(c) Dann ist die Zahl $z = a^2 - 1$ durch 4 teilbar.

(d) Dann ist die Zahl $z = a^2 - 1$ durch 24 teilbar.

Hinweis: $a^2 - 1 = (a - 1) \cdot (a + 1)$

Aufgabe 3 (Beweis)

Beweisen Sie folgenden Satz:

Satz 1 *Wenn das Quadrat a^2 einer Zahl a durch 3 teilbar ist, dann ist a ebenfalls durch 3 teilbar.*

Aufgabe 4 ($\sqrt{2}$ ist irrational)

Zeige, dass $\sqrt{2}$ eine irrationale Zahl ist, d.h. sie hat nicht die Form $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ für ganze Zahlen m und n.
Hinweis: n und m sind teilerfremd, d.h. es gibt keine Zahl, die m und n teilt, bzw. der Bruch $\frac{m}{n}$ lässt sich nicht weiter kürzen