STARKER START ins Studium

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Fachbereich Informatik und Mathematik
Institut für Informatik

Vorsemesterkurs Informatik

Sommersemester 2014

Aufgabenblatt Nr. 5B

Aufgabe 1 (vollständig Induktion)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch vollständig Induktion nach n.

a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 5$ gilt: $2^n > n^2$.

b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$.

Aufgabe 2 (Rekursiv definierte Funktionen)

Schauen Sie sich im Skript S.40 die Haskell-Funktion `erste_rekursive_Funktion` an.

a) formulieren Sie für diese Funktion eine rekursive Funktionsgleichung $f(n)$ für $n \in \mathbb{N}$ wie z.B. die Fakultätsfunktion im Skript S. 65.

b) Beweisen Sie, dass die von Ihnen aufgestellte Funktion $f(n)$, tatsächlich $\sum_{i=0}^{n} i$ berechnet. (S. 66 im Skript könnte helfen.)

Aufgabe 3 (vollständige Induktion als Beweistechnik)

Beweise durch vollständige Induktion:

$$\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ ist } n! \leq n^n.$$

Aufgabe 4 (Induktive Argumentation)

Zeigen Sie: Teilt man ein Rechteck durch Geraden in Teilflächen, so kann man die Teilflächen immer so mit den Farben Schwarz und Weiß färben, dass Teilflächen, die an einer Kante zusammenstoßen, verschiedene Farben besitzen.

Aufgabe 5 (Teilmengen)

Die Menge $U = \{u_1, \ldots, u_n\}$ bestehe aus n Objekten, die wir mit u_i bezeichnen.
Zeigen Sie: Die Menge U besitzt genau 2^n Teilmengen.

Hinweis: Bedenken Sie, dass auch die leere Menge eine Teilmenge von U ist.

Aufgabe 6 (für Gelangweilte ... Pseudocode)

Informieren Sie sich im Anhang B des Skripts über imperative Programmierung und Pseudocode.

a) Schreiben Sie einen rekursiven Algorithmus in Pseudocode, der die Fakultätsfunktion berechnet.

b) Algorithmus 6.14 im Skript (S. 78), zeigt die Binärsuche als iterativen Algorithmus. Schreiben Sie die Binärsuche als rekursiven Algorithmus in Pseudocode auf.