



Tag 5b - Induktion und Rekursion

Aufgabe 1: Vollständige Induktion

Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch vollständig Induktion nach n .

- Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 5$ gilt: $2^n > n^2$.
- Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$.

Aufgabe 2: Rekursiv definierte Funktionen

Schauen Sie sich im Skript S.40 die Haskell-Funktion `erste_rekursive_Funktion` an.

- formulieren Sie für diese Funktion eine rekursive Funktionsgleichung $f(n)$ für $n \in \mathbb{N}$ wie z.B. die Fakultätsfunktion im Skript S. 67.
- Beweisen Sie, dass die von Ihnen aufgestellte Funktion $f(n)$ tatsächlich $\sum_{i=0}^n i$ berechnet. (S. 68 im Skript könnte helfen.)

Aufgabe 3: Vollständige Induktion als Beweistechnik

Beweise durch vollständige Induktion:

$$\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ ist } n! \leq n^n.$$

Aufgabe 4: Papierstreifen

Wie viele Faltkanten entstehen, wenn man einen Papierstreifen n -mal immer wieder in der Mitte faltet? Beweisen Sie, dass Ihre Lösung korrekt ist.

Aufgabe 5: (Induktive Argumentation)

Zeigen Sie: Teilt man ein Rechteck durch Geraden in Teilflächen, so kann man die Teilflächen immer so mit den Farben Schwarz und Weiß färben, dass Teilflächen, die an einer Kante zusammenstoßen, verschiedene Farben besitzen.

Viel Erfolg!