Vorsemesterkurs Informatik

Goethe-Universität Frankfurt am Main

Sommersemester 2017

Rechner-Accounts

RBI-Accounts (wer noch keinen hat)

- **Achtung**: RBI-Account $\neq$ HRZ-Account
  RBI: Rechnerbetriebsgruppe Informatik
  HRZ: Hochschulrechenzentrum
- Werden **zu Beginn der Übung vom Tutor** verteilt!
- **Antrag schonmal ausfüllen und unterschreiben**!

Shells & Verzeichnisse insbesondere in Linux

Betriebssysteme

Bekannte Betriebssysteme

- Microsoft Windows
- Apple OS X
- Linux
- Android, iOS, ...

Viele Betriebssysteme basieren auf Unix:

- Mehrbenutzer-Betriebssystem
- ursprünglich 1969 in den Bell Labs entwickelt
- Viele moderne Betriebssysteme basieren auf Unix
- Bekanntes Beispiel: GNU Linux

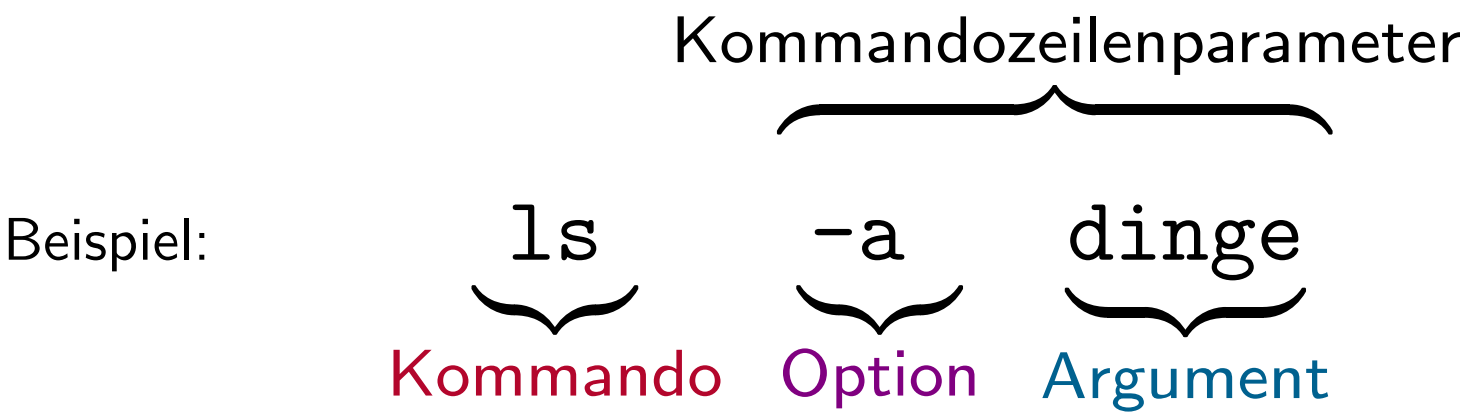
Terminals / Shells

- Terminal = Schnittstelle zwischen Mensch und Maschine
- Textbasierte Terminals: Kommandos über die Tastatur
- Graphische Terminals (GUIs): Fenster, Tastatur, Maus, ...
- Auf den Rechnern der RBI u.a.:
  Linux Benutzeroberflächen: Gnome und KDE

Login

- Login = Anmelden des Benutzers am System
- Benutzername + Passwort
- danach hat man die Kontrolle in einer Shell
- oder kann eine solche starten
- Am sog. prompt kann man Kommandos eingeben
- Kommando eingeben, danach  („return“) betätigen

Shell-Kommandos



- Kommando: der eigentliche Befehl (ein Programm), im Bsp. `ls` für (list)
- Optionen: werden meist durch - oder -- eingeleitet, verändern die Ausführung des Befehls
- Argumente: Dateien, Verzeichnisse, Texte auf die das Kommando angewendet wird.

Einige Kommandos

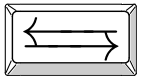
Aufruf	Erläuterung
`echo` *Text*	gibt *Text* aus
`whoami`	gibt Benutzername aus
`hostname`	gibt Rechnername aus
`pwd`	(print working directory) gibt das aktuelle Arbeitsverzeichnis aus
`mkdir` *Verzeichnis*	(make directory) erzeugt *Verzeichnis*
`cd` *Verzeichnis*	(change directory) wechselt in *Verzeichnis*
`cd ..`	wechselt ein Verzeichnis nach oben
`ls`	(list) Anzeigen des Verzeichnisinhalts
`man` *Kommando*	(manual) Man page zum *Kommando* anzeigen

Beispiele

```
> echo "Hallo Welt!" ↩
Hallo Welt!
> mkdir dinge ↩
> ls ↩
dinge
> cd dinge ↩
> ls ↩
> ls -a ↩
.  ..
> cd .. ↩
> mkdir .versteckt ↩
> ls ↩
dinge
> ls -a ↩
.  ..  dinge  .versteckt
```

Kniffe

In vielen Shells verfügbar:

- Blättern in der **History** (zuletzt eingegebene Befehle) mit  und 
- Auto-Completion mit der  Taste, z.B. `ls`  listet alle Befehle auf die mit `ls` beginnen
- Auto-Completion mit  und  : versucht die aktuelle Eingabe anhand der History zu vervollständigen.

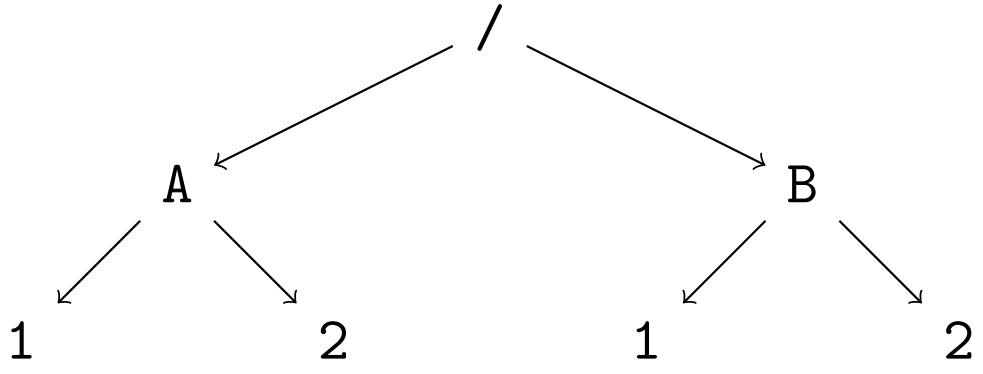
Dateien und Verzeichnisse

- Jedes Unix-System verwaltet einen Dateibaum:
  virtuelles Gebilde zur Datenverwaltung
- Bausteine sind dabei Dateien (*files*):
  enthält Daten: Text, Bilder, Maschinenprogramme,...
- Spezielle Dateien: **Verzeichnisse** (*directories*), enhalten selbst wieder Dateien.
- Jede Datei hat einen Namen
- Jede Datei befindet sich in einem Verzeichnis, dem übergeordneten Verzeichnis
- **Wurzelverzeichnis /** (root directory) ist in sich selbst enthalten.

Ein Verzeichnisbaum

Beispiel:

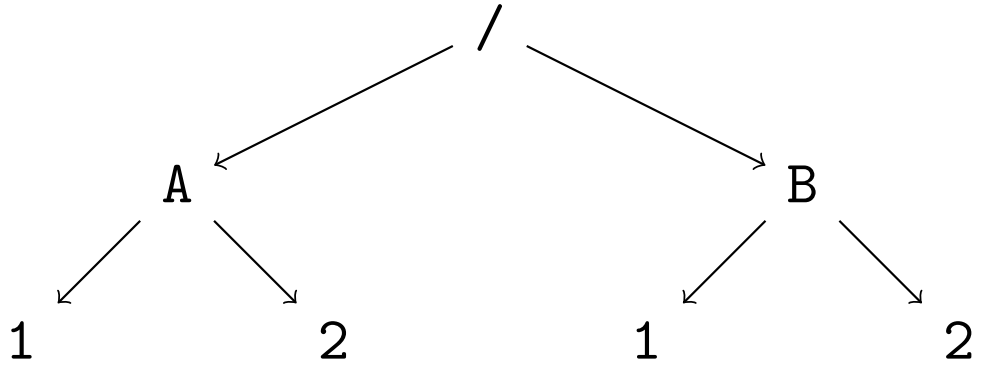
- Wurzelverzeichnis / enthält zwei Verzeichnisse `A` und `B`.
- `A` und `B` enthalten je ein Verzeichnis mit dem Namen `1` und `2`.



Ein Verzeichnisbaum

Beispiel:

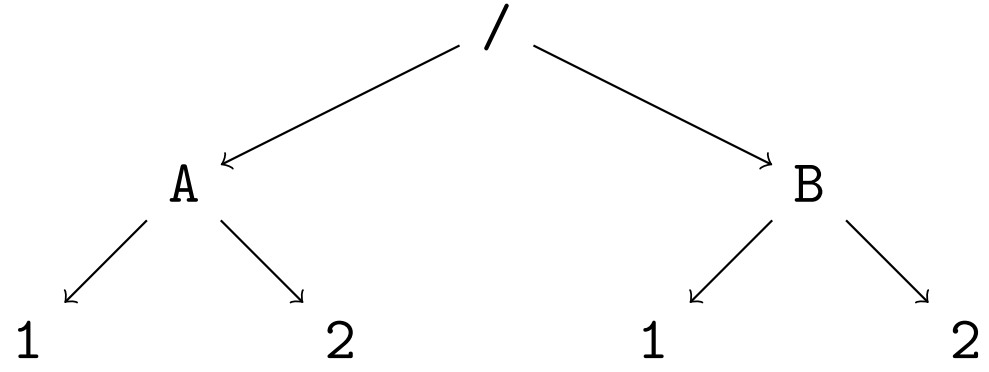
- Wurzelverzeichnis / enthält zwei Verzeichnisse `A` und `B`.
- `A` und `B` enthalten je ein Verzeichnis mit dem Namen `1` und `2`.




```
> tree ↩
/
+-- A
|   +-- 1
|   +-- 2
+-- B
    +-- 1
    +-- 2
```

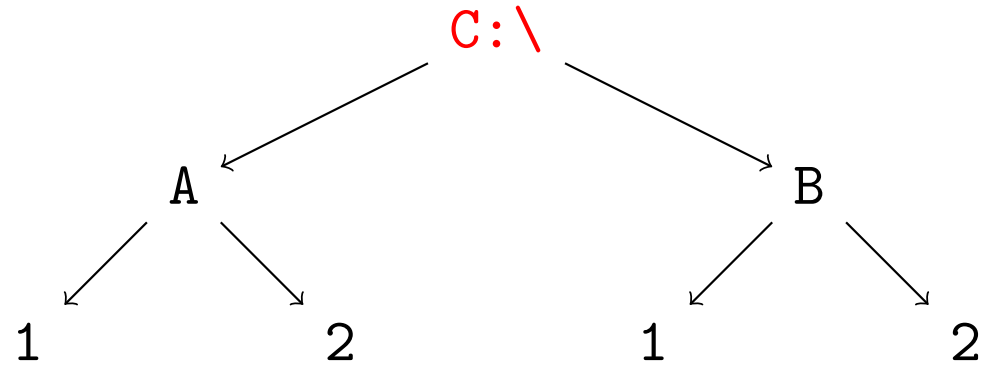
Relative und absolute Pfade (1)

- Absoluter Pfad einer Datei oder eines Verzeichnisses:
  Pfad von der Wurzel beginnend, Verzeichnisse getrennt mit `/` (slash)
- z.B. `/A/1` und `/B/1`.



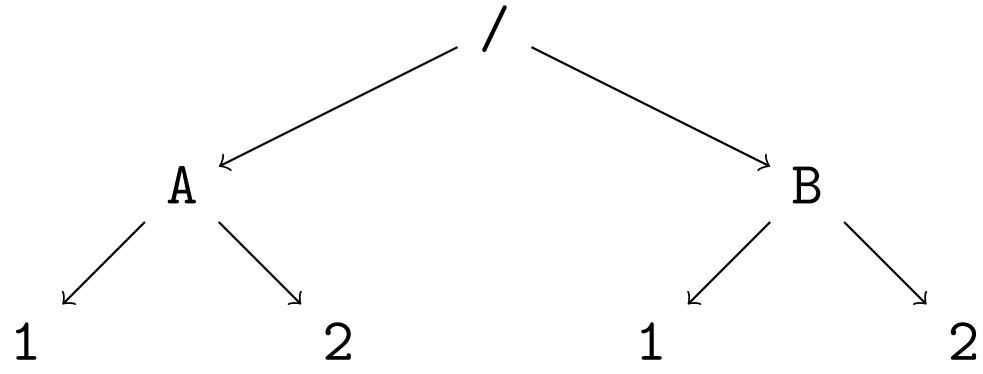
Relative und absolute Pfade (1)

- Absoluter Pfad einer Datei oder eines Verzeichnisses:
  Pfad von der Wurzel beginnend, Verzeichnisse getrennt mit / (slash)
- z.B. `/A/1` und `/B/1`.
- Unter Windows: Wurzelverzeichnis ist Laufwerk und Backslash `\` statt / z.B. `C:\A\1`.



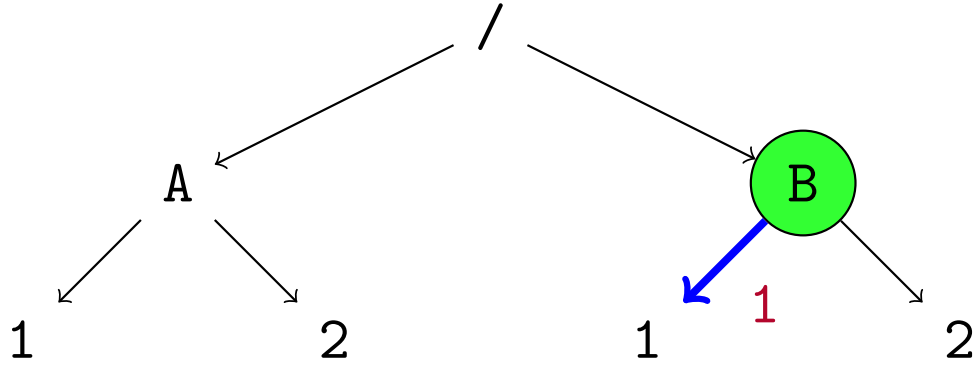
Relative und absolute Pfade (2)

- Relative Pfade: Pfad vom aktuellen Verzeichnis aus, beginnen nicht mit /.



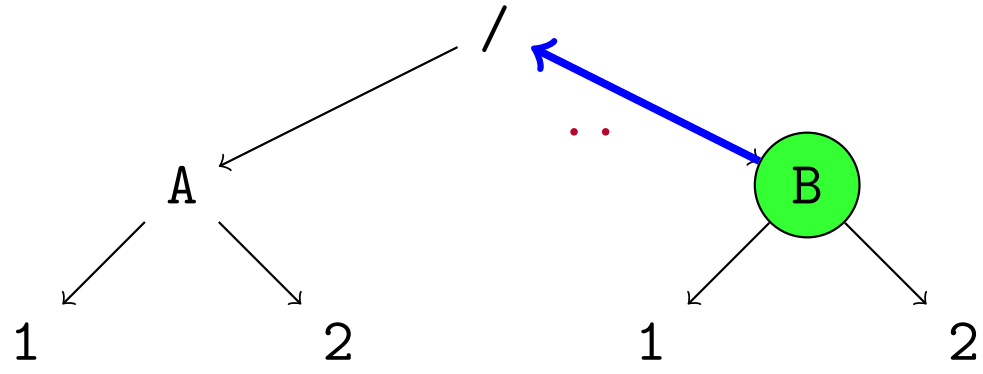
Relative und absolute Pfade (2)

- Relative Pfade: Pfad vom aktuellen Verzeichnis aus, beginnen nicht mit /.
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet 1 das Verzeichnis /B/1.



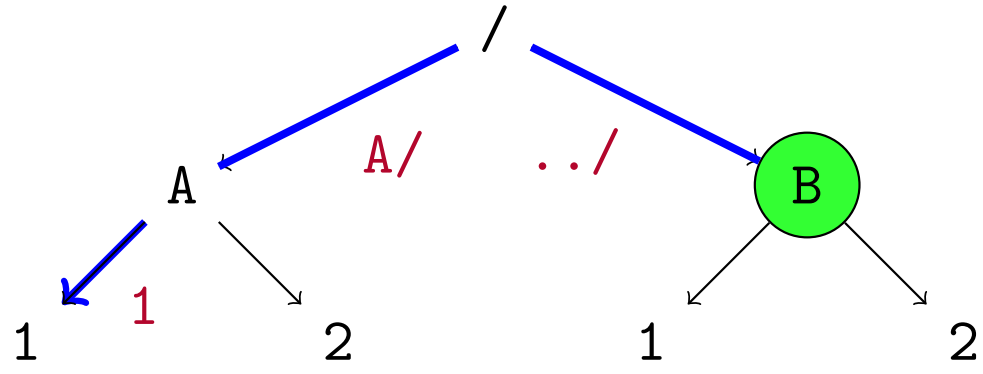
Relative und absolute Pfade (2)

- Relative Pfade: Pfad vom aktuellen Verzeichnis aus, beginnen nicht mit /.
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet 1 das Verzeichnis /B/1.
- .. ist das übergeordnete Verzeichnis
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet .. das Wurzelverzeichnis und ../A/1 bezeichnet /A/1



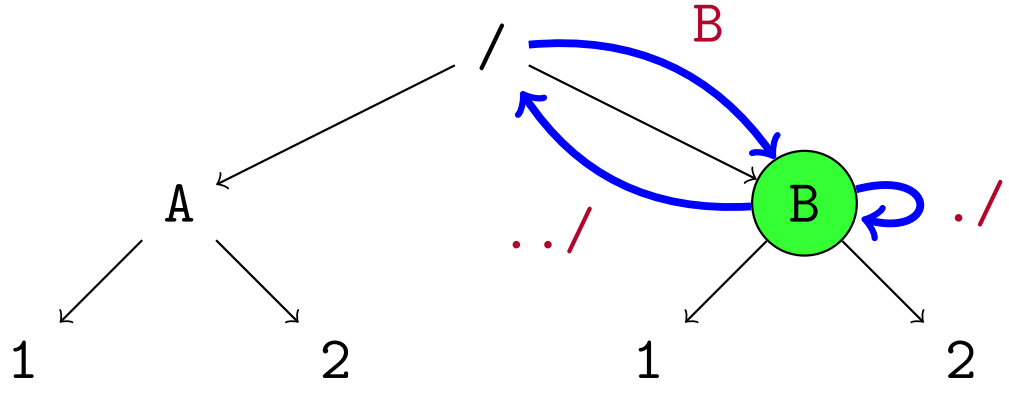
Relative und absolute Pfade (2)

- Relative Pfade: Pfad vom aktuellen Verzeichnis aus, beginnen nicht mit /.
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet 1 das Verzeichnis /B/1.
- .. ist das übergeordnete Verzeichnis
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet .. das Wurzelverzeichnis und ../A/1 bezeichnet /A/1



Relative und absolute Pfade (2)

- Relative Pfade: Pfad vom aktuellen Verzeichnis aus, beginnen nicht mit /.
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet 1 das Verzeichnis /B/1.
- .. ist das übergeordnete Verzeichnis
- z.B. man ist in /B: Dann bezeichnet .. das Wurzelverzeichnis und ../A/1 bezeichnet /A/1
- . bezeichnet das aktuelle Verzeichnis, z.B. ./../B gleich zu ../B



Dateien editieren

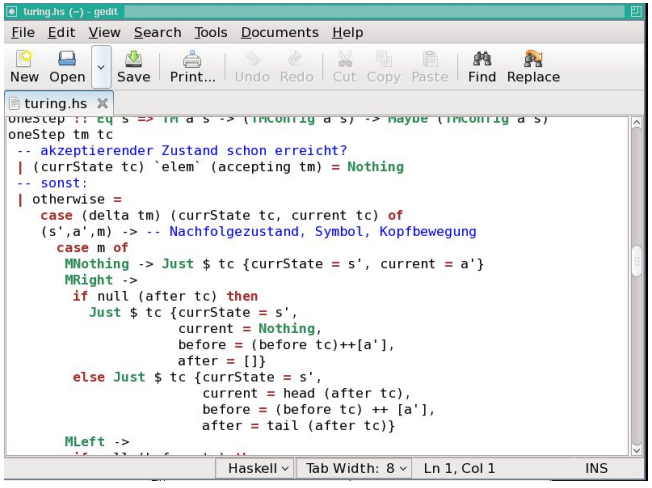
Texteditor: Programm zum Erstellen und Verändern von Textdateien (insbesondere Programmen)

Graphische Editoren, z.B.

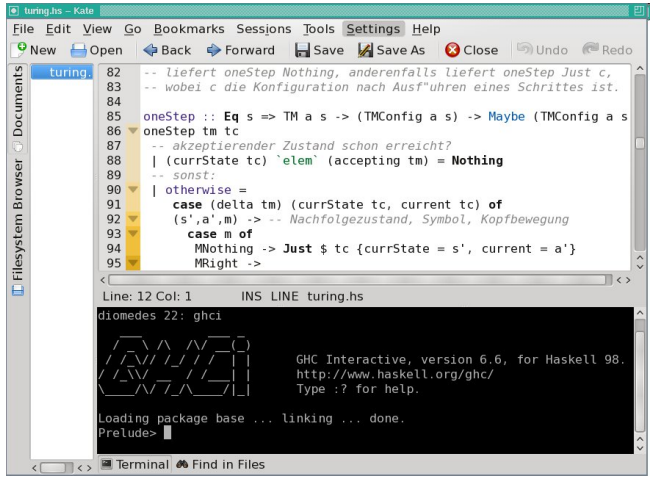
- `kate` (`kate-editor.org/`) KDE
- `gedit` (`projects.gnome.org/gedit/`) Gnome
- Notepad++ (`notepad-plus-plus.org/`) für Windows
- TextWrangler (`barebones.com/products/textwrangler/`) für Mac OS X
- Emacs (`www.gnu.org/software/emacs/`)
- XEmacs (`http://www.xemacs.org/`)

Textmodus z.B. `vi`

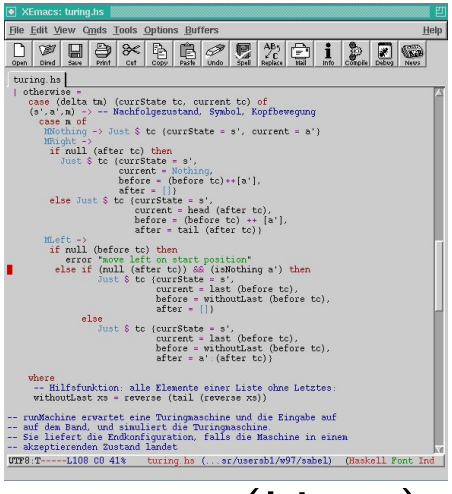
Einige Texteditoren



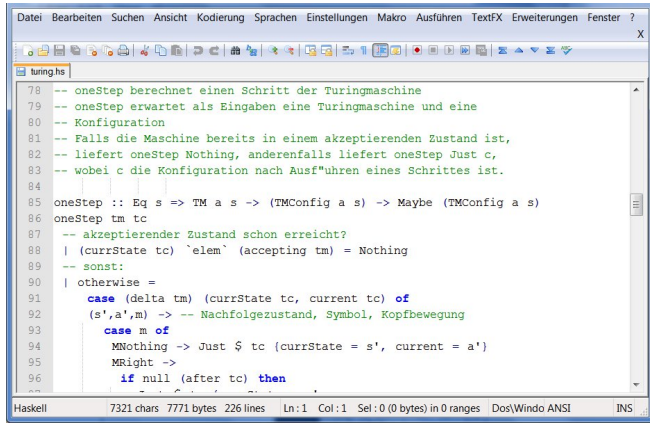
gedit (Linux, Gnome)



kate (Linux, KDE)

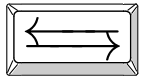


xemacs (Linux)



Notepad++ (MS Windows)

Tabulatoren

- Drücken von  erzeugt einen Tabulator
- Zur Einrückung von Text
- Haskell „rechnet intern“ mit 8 Leerzeichen pro Tabulator

Zur Programmierung in Haskell **dringend empfohlen**:

Editor so **einstellen**, dass Tabulatoren
automatisch durch Leerzeichen ersetzt werden!

Programmieren, Erste Schritte mit Haskell

Programmiersprachen

Maschinenprogramme

- bestehen aus Bit-Folgen (0en und 1en),
- Für den Mensch nahezu **unverständlich**
- Verständlicher, aber immer noch zu kleinschrittig: Assemblercode

Programmiersprachen

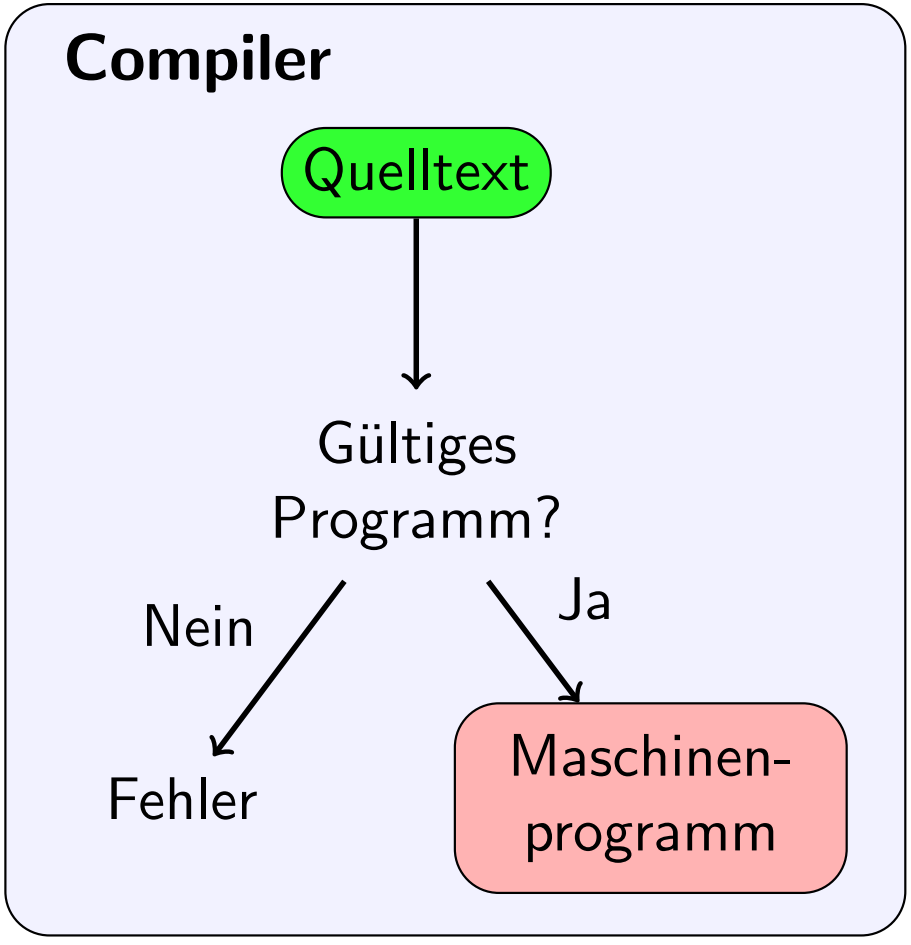
Maschinenprogramme

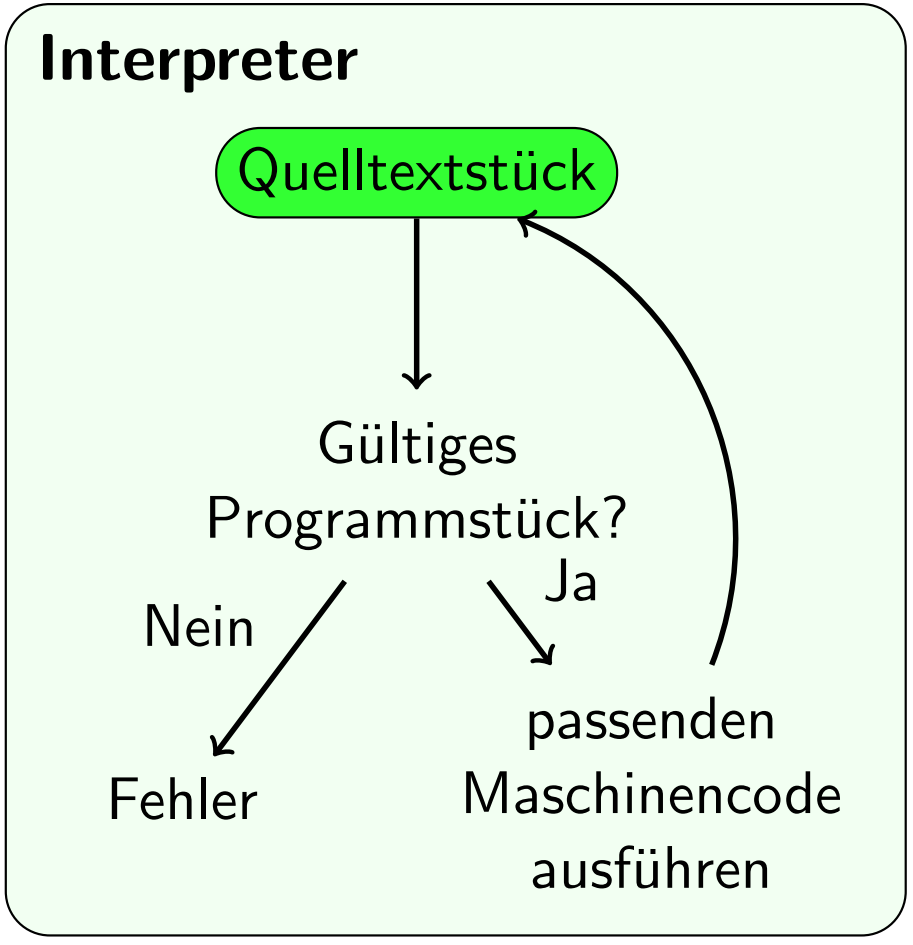
- bestehen aus Bit-Folgen (0en und 1en),
- Für den Mensch nahezu **unverständlich**
- Verständlicher, aber immer noch zu kleinschrittig: Assemblercode

Höhere Programmiersprachen

- Für den Mensch (meist) verständliche Sprache
- Abstraktere Konzepte, nicht genau am Rechner orientiert
- Der Rechner versteht diese Sprachen **nicht**
- **Quelltext** = Programm in höherer Programmiersprache

Compiler / Interpreter



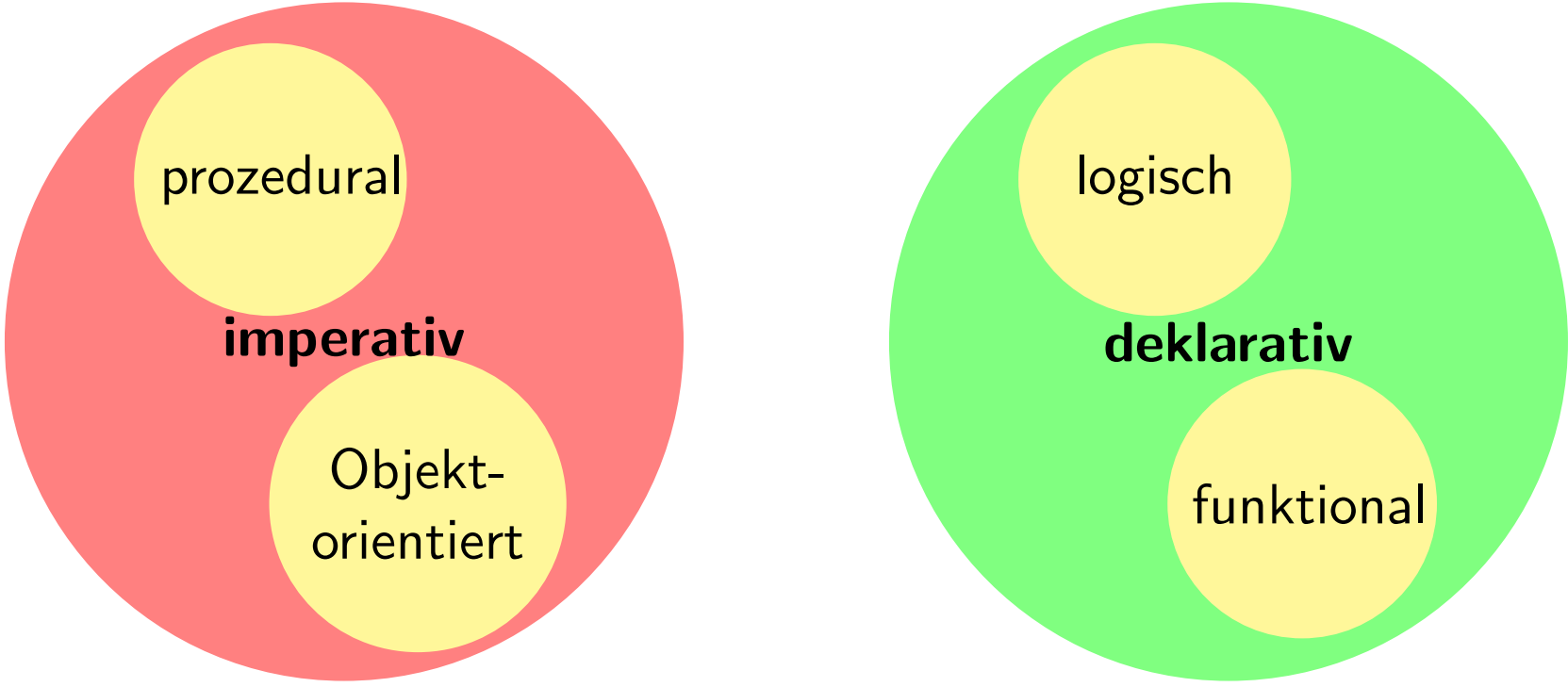


- Langsame Übersetzung auf einmal
- Ausführung schnell

- Schnelle Übersetzung e. kleinen Stücks
- Ausführung eher langsam

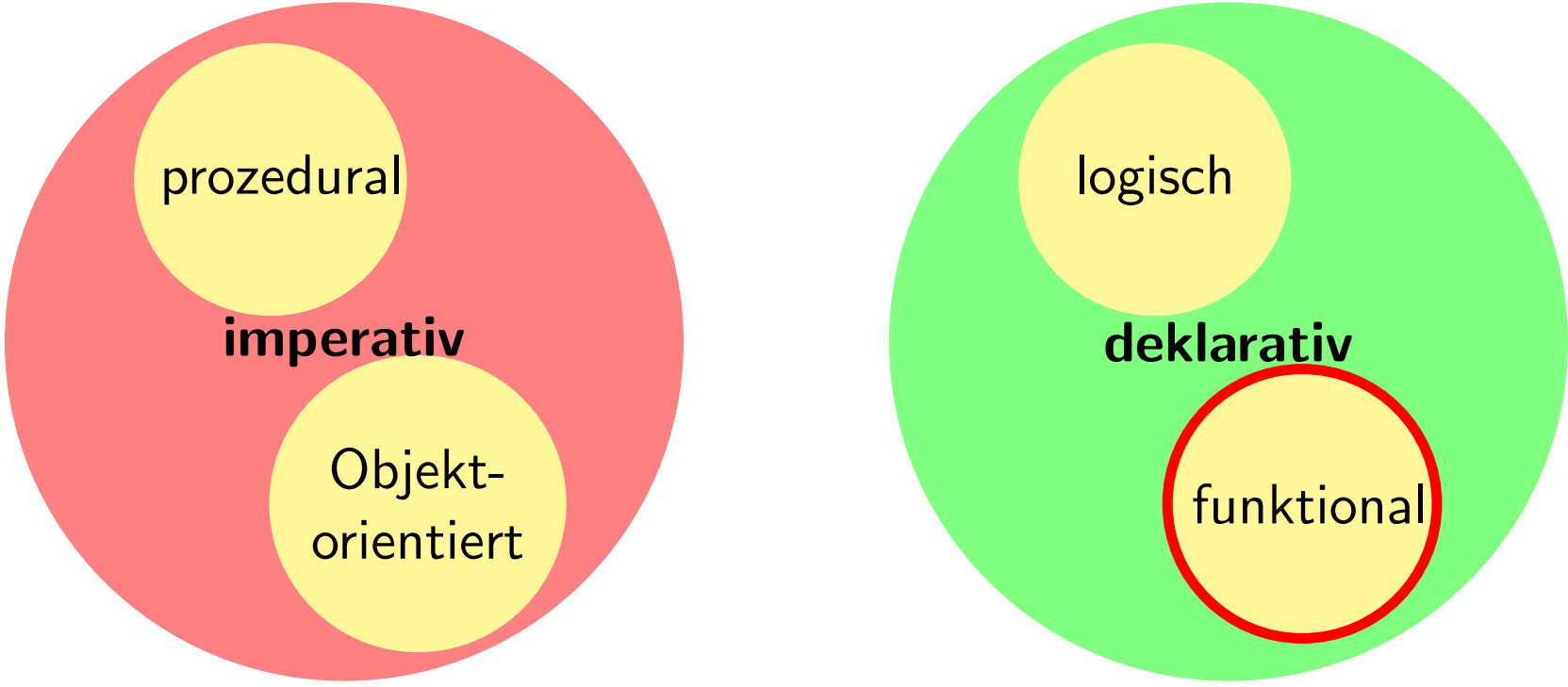
Programmierparadigmen

Es gibt viele verschiedene höhere Programmiersprachen!



Programmierparadigmen

Es gibt viele verschiedene höhere Programmiersprachen!



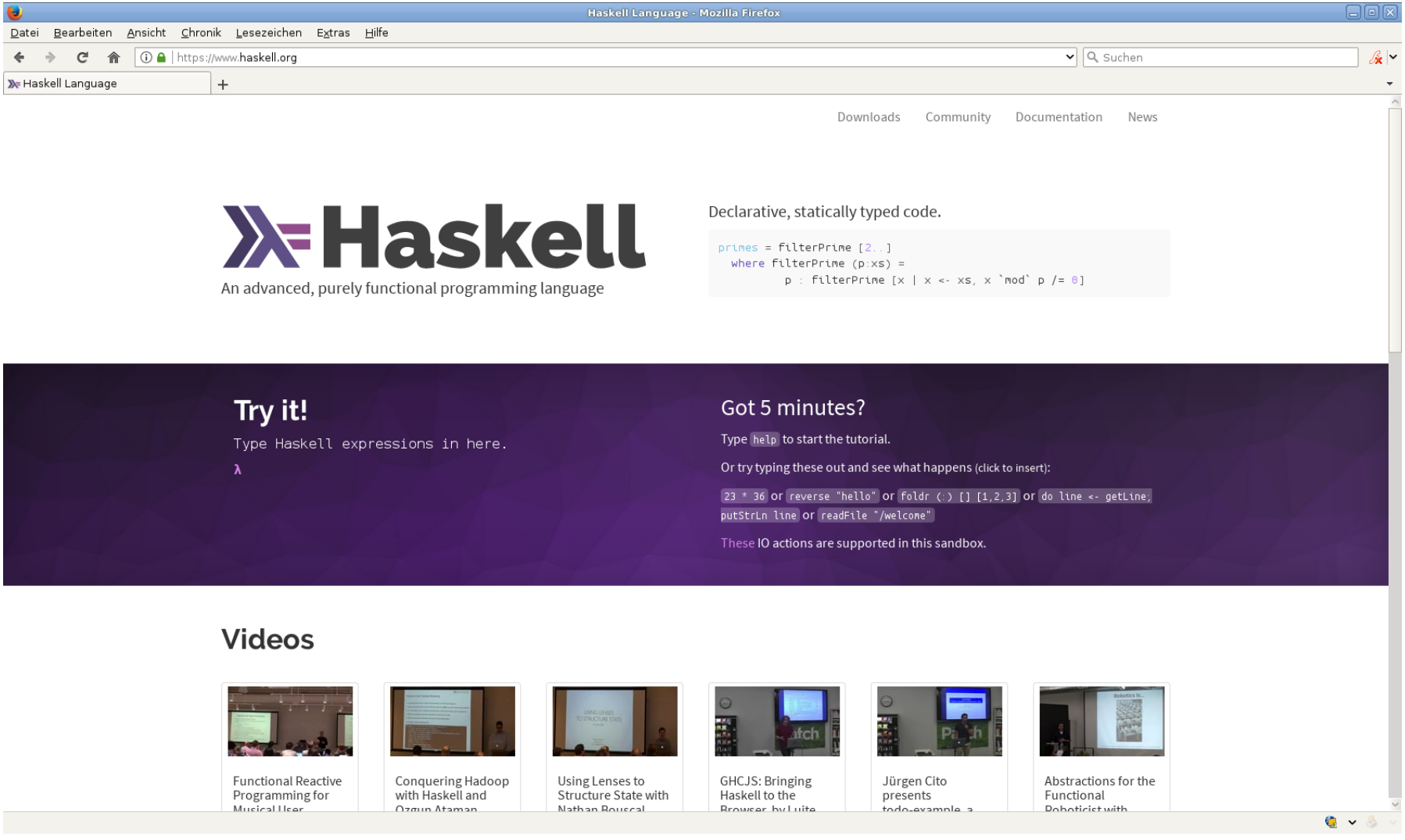
Funktionale Programmiersprachen

- Programm = Menge von Funktionsdefinitionen
- Ausführung = Auswerten eines Ausdrucks
- Resultat = ein einziger Wert
- keine Seiteneffekte (sichtbare Speicheränderungen)!
  (insbes.: keine Programmvariablen, Zuweisung, . . .)

Haskell

- die pure funktionale Programmiersprache
- relativ neu: erster Standard 1990
- Benannt nach dem amerik. Mathematiker *Haskell B. Curry* (1900 - 1982)
- Haskell 98 veröffentlicht 1999, Revision 2003
- Haskell 2010, veröffentlicht Juli 2010

Die Informationsquelle: **http://haskell.org**

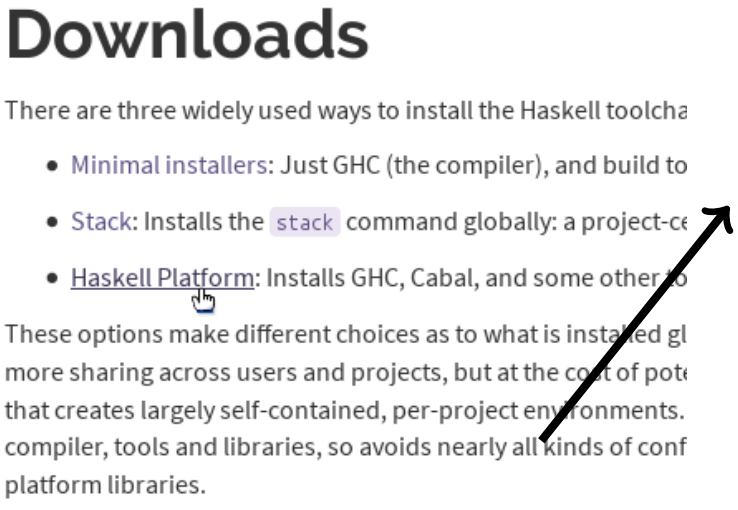

Haskell Language - Mozilla Firefox
Datei Bearbeiten Ansicht Chronik Lesezeichen Extras Hilfe
https://www.haskell.org
Suchen
Haskell Language
Downloads Community Documentation News
Haskell
An advanced, purely functional programming language
Declarative, statically typed code.
primes = filterPrime [2..]
where filterPrime (p:xs) =
p : filterPrime [x | x <- xs, x `mod` p /= 0]
Try it!
Type Haskell expressions in here.
λ
Got 5 minutes?
Type help to start the tutorial.
Or try typing these out and see what happens (click to insert):
23 * 36 or reverse "hello" or foldr (:) [] [1,2,3] or do line <- getLine; putStrLn line or readFile "/welcome"
These IO actions are supported in this sandbox.
Videos
Functional Reactive Programming for
Conquering Hadoop with Haskell and
Using Lenses to Structure State with
GHCJS: Bringing Haskell to the
Jürgen Cito presents
Abstractions for the Functional

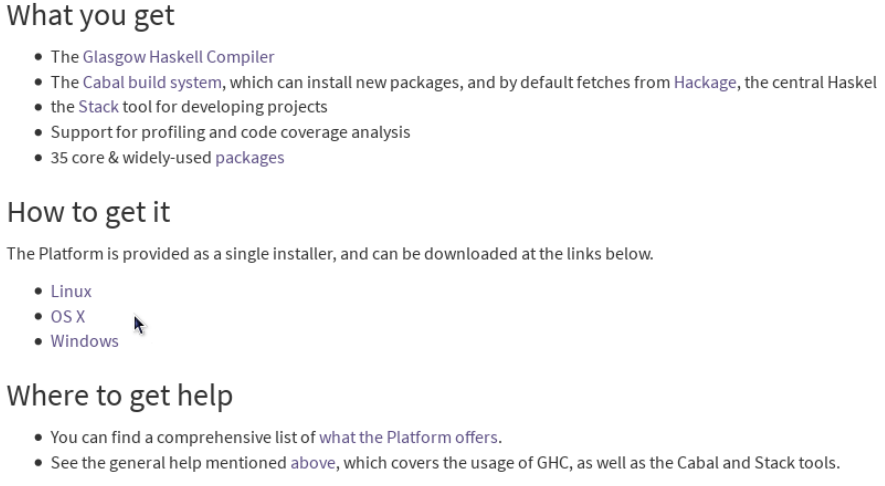
GHC und GHCi

- Wir verwenden den **G**lasgow **H**askell **C**ompiler,
  bzw. den **I**nterpreter dazu: GHCi
- Auf den RBI-Rechnern: Kommando `ghci` bzw. `/opt/rbi/bin/ghci`

GHC und GHCi

- Wir verwenden den **G**lasgow **H**askell **C**ompiler, bzw. den **I**nterpreter dazu: GHCi
- Auf den RBI-Rechnern: Kommando `ghci` bzw. `/opt/rbi/bin/ghci`
- Selbst-Installieren: Am besten die **Haskell Platform**: **https://www.haskell.org/downloads**





Bedienung des GHCi

```
> ghci ⏎
GHCi, version 8.0.1: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Prelude>
```

Bedienung des GHCi

```
> ghci ⏎
GHCi, version 8.0.1: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Prelude> 1+1 ⏎
2
Prelude>
```

Bedienung des GHCi

```
> ghci ⏎
GHCi, version 8.0.1: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Prelude> 1+1 ⏎
2
Prelude> 3*4 ⏎
12
Prelude> 15-6*3 ⏎
-3
Prelude> -3*4 ⏎
-12
Prelude> 1+2+3+4+ ⏎
<interactive>:1:8: parse error (possibly incorrect indentation)
Prelude> :quit ⏎
Leaving GHCi.
>
```

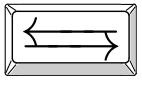
Einige Interpreterkommandos

`:quit`	Verlassen des Interpreters
`:help`	Der Interpreter zeigt einen Hilfetext an, Übersicht über die verfügbaren Kommandos
`:load` *Dateiname*	Lädt Haskell-Quellcode der entsprechenden Datei, die Dateiendung von *Dateiname* muss `.hs` oder `.lhs` lauten.
`:reload`	Lädt die aktuelle geladene Datei erneut (hilfreich, wenn man die aktuell geladene Datei im Editor geändert hat).

Kniffe im GHCi

- Mit `it` (für "es") erhält man das letzte Ergebnis:

```
Prelude> 1+1 ⏎
2
Prelude> it ⏎
2
Prelude> it+it ⏎
4
Prelude> it+it ⏎
8
```

- History des GHCi mit Pfeiltasten  und 
- Auto-Completion mit 

Haskell-Quellcode

Textdatei

- im Editor erstellen
- Endung: `.hs`

Zur Erinnerung:

- einen Editor verwenden, **kein** Textverarbeitungsprogramm!
- Editor so einstellen, dass **Tabulatoren durch Leerzeichen** ersetzt werden
- Auf die **Dateiendung** achten

Beispiel

Datei `hallowelt.hs`

```
1 wert = "Hallo Welt!"
```

hallowelt.hs

```
> /opt/rbi/bin/ghci ⏎
GHCi, version 8.0.1: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Prelude> :load hallowelt.hs ⏎
[1 of 1] Compiling Main  ( hallowelt.hs, interpreted )
Ok, modules loaded: Main.
*Main>
```

funktioniert nur, wenn `hallowelt.hs` im aktuellen Verzeichnis ist

Beispiel (2)

Datei `hallowelt.hs` liegt in `programme/`

```
1 wert = "Hallo Welt!"
```

hallowelt.hs

```
> /opt/rbi/bin/ghci ⏎
GHCi, version 8.0.1: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Prelude> :load hallowelt.hs ⏎

<no location info>: can't find file: hallowelt.hs
Failed, modules loaded: none.
Prelude> :load programme/hallowelt.hs ⏎
[1 of 1] Compiling Main ( programme/hallowelt.hs, interpreted )
Ok, modules loaded: Main.
*Main> wert ⏎
"Hallo Welt!"
```

Kniff

statt erst den `ghci` zu laden und `:load` zu verwenden, geht auch

```
> ghci programme/hallowelt.hs ⏎
GHCi, version 8.0.1: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Loading package ghc-prim ... linking ... done.
Loading package integer-gmp ... linking ... done.
Loading package base ... linking ... done.
[1 of 1] Compiling Main ( programme/hallowelt.hs, interpreted )
Ok, modules loaded: Main.
*Main>
```

Nächstes Beispiel

```
1 zwei_mal_Zwei = 2 * 2
2
3 oft_fuenf_addieren = 5 + 5 + 5 + 5 +5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
4
5 beides_zusammenzaehlen = zwei_mal_Zwei + oft_fuenf_addieren
```

einfacheAusdruecke.hs

```
Prelude> :load einfacheAusdruecke.hs ⏎
*Main> zwei_mal_Zwei ⏎
4
*Main> oft_fuenf_addieren ⏎
55
*Main> beides_zusammenzaehlen ⏎
59
*Main> 3*beides_zusammenzaehlen ⏎
177
```

Funktionsnamen

müssen mit einem Kleinbuchstaben oder dem Unterstrich _ beginnen, sonst

```
1
2
3 Zwei_mal_Zwei = 2 * 2
```

grossKleinschreibungFalsch.hs

```
Prelude> :load grossKleinschreibungFalsch.hs
[1 of 1] Compiling Main ( grossKleinschreibungFalsch.hs )

grossKleinschreibungFalsch.hs:3:1:
    Not in scope: data constructor ‘Zwei_mal_Zwei’
Failed, modules loaded: none.
```

Kommentare

Eine Quelltext-Datei enthält neben dem Programm:

- Erklärungen und Erläuterungen
- Was macht jede der definierten Funktionen?
- Wie funktioniert die Implementierung?
- Was ist die Idee dahinter? Man sagt auch:

→ Der Quelltext soll **dokumentiert** sein!

Wie kennzeichnet man etwas als Kommentar in Haskell?

- Zeilenkommentare: `--` Kommentar...
- Kommentarblöcke: Durch `{-` Kommentar `-}`

Kommentare: Beispiele

```
wert = "Hallo Welt" -- ab hier ist ein Kommentar bis zum Zeileende

wert2 = "Nochmal Hallo Welt"

-- Diese ganze Zeile ist auch ein Kommentar!
```

Kommentare: Beispiele

```
wert = "Hallo Welt" -- ab hier ist ein Kommentar bis zum Zeileende

wert2 = "Nochmal Hallo Welt"

-- Diese ganze Zeile ist auch ein Kommentar!
```

Kommentare: Beispiele

```
wert = "Hallo Welt" -- ab hier ist ein Kommentar bis zum Zeileende

wert2 = "Nochmal Hallo Welt"

-- Diese ganze Zeile ist auch ein Kommentar!
```

```
 {- Hier steht noch gar keine Funktion,
    da auch die naechste Zeile noch im
    Kommentar ist

wert = "Hallo Welt"

    gleich endet der Kommentar -}

wert2 = "Hallo Welt"
```

Kommentare: Beispiele

```
wert = "Hallo Welt" -- ab hier ist ein Kommentar bis zum Zeileende

wert2 = "Nochmal Hallo Welt"

-- Diese ganze Zeile ist auch ein Kommentar!
```

```
 {- Hier steht noch gar keine Funktion,
    da auch die naechste Zeile noch im
    Kommentar ist

wert = "Hallo Welt"

    gleich endet der Kommentar -}

wert2 = "Hallo Welt"
```

Fehler

Beim Programmieren passieren Fehler:

- Syntaxfehler: Der Quellcode entspricht nicht der Syntax der Programmiersprache. Z.B. falsches Zeichen, fehlende Klammern, falsche Einrückung, ...
- Logische / Semantische Fehler: Das Programm implementiert die falsche Funktionalität
- Typfehler: Der Code ist syntaktisch korrekt, aber die Typen passen nicht, z.B. `1 + 'A'`, etc. (später dazu mehr)

Fehler (2)

Unterscheiden nach Zeitpunkt des Auftretens

- Compilezeitfehler: Fehler, die bereits vom Compiler / Interpreter entdeckt werden und daher in einer Fehlermeldung enden.
- Laufzeitfehler: Fehler, die erst zur Laufzeit auftreten und daher nicht vom Compiler/Interpreter schon erkannt werden. Z.B. Division durch 0, Datei lesen, die nicht existiert, etc.

Haskell und Fehler

- In Haskell werden viele Fehler schon beim Kompilieren entdeckt
- Z.B.: Keine Typfehler zur Laufzeit
- Der GHCI liefert Fehlermeldungen ⇒ genau lesen!

```
1 -- 1 und 2 addieren
3 eineAddition = (1+2)
3
4 -- 2 und 3 multiplizieren
5 eineMultiplikation = (2*3))
```

fehler.hs

```
Prelude> :load fehler.hs
[1 of 1] Compiling Main             ( fehler.hs, interpreted )

fehler.hs:5:27: parse error on input ‘)’
Failed, modules loaded: none.
```

Programmieren mit Haskell
Ausdrücke und Typen

Programmieren in Haskell

Haskell-Programmieren:

- Im Wesentlichen formt man **Ausdrücke**
- z.B. arithmetische Ausdrücke `17*2+5*3`
- Ausführung: Berechnet den Wert eines Ausdrucks

```
*> 17*2+5*3 ↵
49
```

- Ausdrücke **zusammensetzen** durch:

  Anwendung von Funktionen auf Argumente,
  dabei sind Werte die kleinsten „Bauteile“

Typen

In Haskell hat jeder Ausdruck (und Unterausdruck) einen

Typ

- Typ = Art des Ausdrucks
  z.B. Buchstabe, Zahl, Liste von Zahlen, Funktion, ...
- Die Typen müssen **zueinander passen**:
  Z.B. verboten

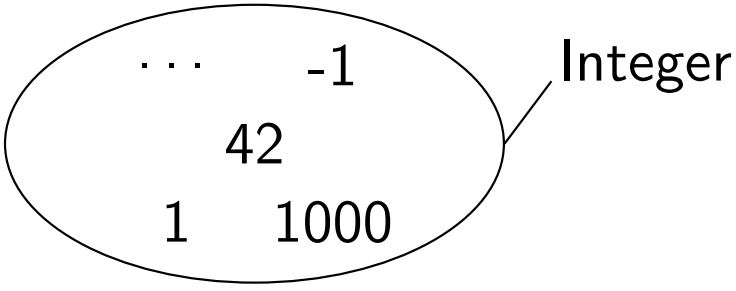
```
1 + "Hallo"
```

  Die Typen passen nicht zusammen (Zahl und Zeichenkette)

Typen (2)

Andere Sichtweise:

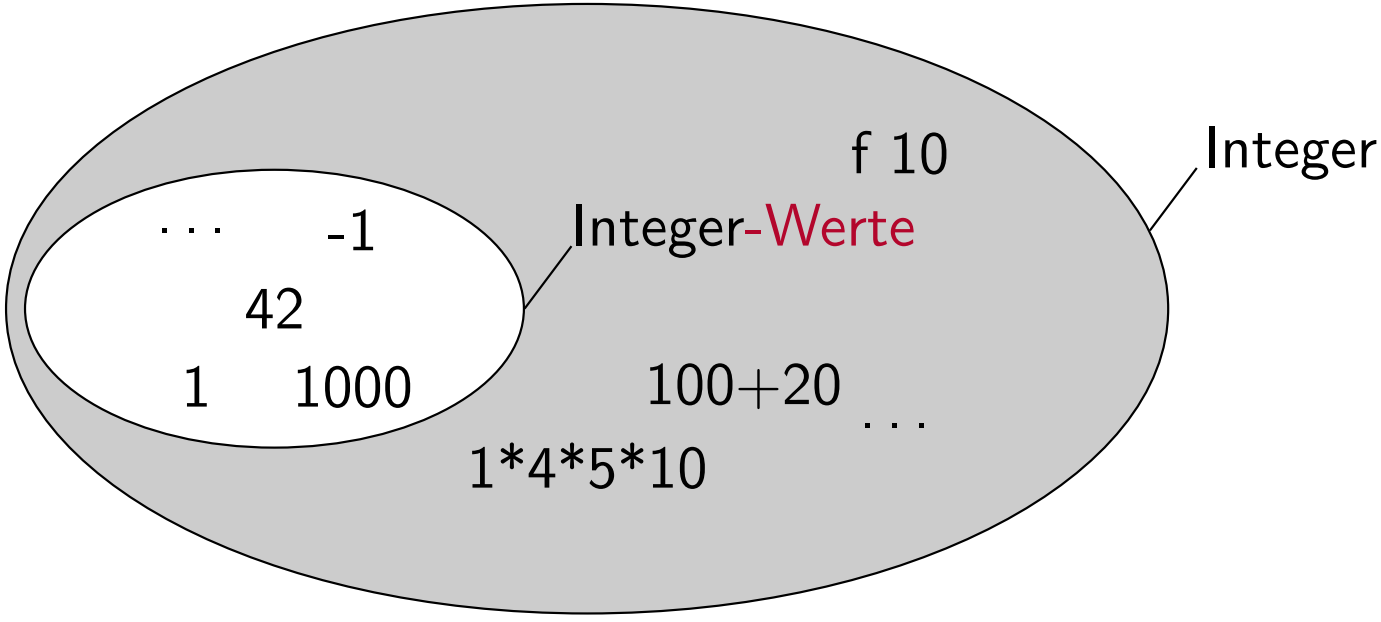
$$\text{Typ} = \text{Menge von Werten}$$



Typen (2)

Andere Sichtweise:

Typ = Menge von ~~Werten~~ **Ausdrücken**



Typen (3)

Im GHCi Typen anzeigen lassen:

```
Prelude> :type 'C' ⏎
'C' :: Char
```

Sprechweisen:

- „`'C'` hat den Typ `Char`“
- „`'C'` ist vom Typ `Char`“
- „`'C'` gehört zum Typ `Char`“

- `Char` ist der Typ in Haskell für Zeichen (engl. Character)
- Typnamen beginnen immer mit einem Großbuchstaben

Typen (4)

- Im GHCi: `:set +t`
  führt dazu, dass mit jedem Ergebnis auch dessen Typ gedruckt wird.

```
*Main> :set +t ⏎
*Main> zwei_mal_Zwei ⏎
4
it :: Integer
*Main> oft_fuenf_addieren ⏎
55
it :: Integer
```

Typen (5)

- Der Typ `Integer` stellt beliebig große ganze Zahlen dar
- Man kann Typen auch selbst angeben:

  Schreibweise *Ausdruck*`::`Typ

```
*Main> 'C'::Char ↵
'C'
it :: Char
*Main> 'C'::Integer ↵

<interactive>:1:0:
  Couldn't match expected type `Integer'
  against inferred type `Char'
  In the expression: 'C' :: Integer
  In the definition of `it': it = 'C' :: Integer
```

Wahrheitswerte: Der Datentyp Bool

Werte (Datenkonstruktoren) vom Typ `Bool`:

- `True` steht für „wahr“
- `False` steht für „falsch“

Basisoperationen (Funktionen):

- Logische Negation: `not`: liefert True für False und False für True
- Logisches Und: `a && b`: nur `True`, wenn `a` und `b` zu `True` auswerten
- Logisches Oder: `a || b`: `True`, sobald `a` oder `b` zu `True` auswertet.

Wahrheitswerte: Operationen im GHCI ausprobieren

```
*Main> not True ⏎
False
it :: Bool
*Main> not False ⏎
True
it :: Bool
*Main> True && True ⏎
True
it :: Bool
```

```
*Main> False && True ⏎
False
it :: Bool
*Main> False || False ⏎
False
it :: Bool
*Main> True || False ⏎
True
it :: Bool
```

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

luegelei.hs

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

```
-- Boolesche Variablen:  X_luegt fuer X=anna,bettina,claudia

anna_luegt    = undefined -- True oder False
bettina_luegt = undefined -- True oder False
claudia_luegt = undefined -- True oder False
```

luegelei.hs

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

```
-- Boolesche Variablen:  X_luegt fuer X=anna,bettina,claudia

anna_luegt    = undefined -- True oder False
bettina_luegt = undefined -- True oder False
claudia_luegt = undefined -- True oder False

aussage1 = (not anna_luegt && bettina_luegt)
        || (anna_luegt && not bettina_luegt)
```

luegelei.hs

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

```
-- Boolesche Variablen:  X_luegt fuer X=anna,bettina,claudia

anna_luegt    = undefined -- True oder False
bettina_luegt = undefined -- True oder False
claudia_luegt = undefined -- True oder False

aussage1 = (not anna_luegt && bettina_luegt)
        || (anna_luegt && not bettina_luegt)

aussage2 = (not bettina_luegt && (anna_luegt || claudia_luegt))
        || (bettina_luegt && not (anna_luegt || claudia_luegt))
```

luegelei.hs

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

```
-- Boolesche Variablen:  X_luegt fuer X=anna,bettina,claudia

anna_luegt    = undefined -- True oder False
bettina_luegt = undefined -- True oder False
claudia_luegt = undefined -- True oder False

aussage1 = (not anna_luegt && bettina_luegt)
        || (anna_luegt && not bettina_luegt)

aussage2 = (not bettina_luegt && (anna_luegt || claudia_luegt))
        || (bettina_luegt && not (anna_luegt || claudia_luegt))

aussage3 = (not claudia_luegt && anna_luegt && bettina_luegt)
        || (claudia_luegt && not (anna_luegt && bettina_luegt))
```

luegelei.hs

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

```
-- Boolesche Variablen:  X_luegt fuer X=anna,bettina,claudia

anna_luegt    = undefined -- True oder False
bettina_luegt = undefined -- True oder False
claudia_luegt = undefined -- True oder False

aussage1 = (not anna_luegt && bettina_luegt)
        || (anna_luegt && not bettina_luegt)

aussage2 = (not bettina_luegt && (anna_luegt || claudia_luegt))
        || (bettina_luegt && not (anna_luegt || claudia_luegt))

aussage3 = (not claudia_luegt && anna_luegt && bettina_luegt)
        || (claudia_luegt && not (anna_luegt && bettina_luegt))

alleAussagen = aussage1 && aussage2 && aussage3
```

luegelei.hs

Beispiel zur Booleschen Logik

Anna sagt: „Bettina lügt.“ Bettina sagt: „Anna oder Claudia lügen.“ Claudia sagt: „Anna und Bettina lügen.“ Wer lügt denn nun?

```
-- Boolesche Variablen:  X_luegt fuer X=anna,bettina,claudia

anna_luegt    = undefined -- True oder False
bettina_luegt = undefined -- True oder False
claudia_luegt = undefined -- True oder False

aussage1 = (not anna_luegt && bettina_luegt)
        || (anna_luegt && not bettina_luegt)

aussage2 = (not bettina_luegt && (anna_luegt || claudia_luegt))
        || (bettina_luegt && not (anna_luegt || claudia_luegt))

aussage3 = (not claudia_luegt && anna_luegt && bettina_luegt)
        || (claudia_luegt && not (anna_luegt && bettina_luegt))

alleAussagen = aussage1 && aussage2 && aussage3
```

luegelei.hs

Testen im GHCI ergibt: Nur bei einer Belegung liefert `alleAussagen` den Wert `True`: `anna_luegt = True, bettina_luegt = False, claudia_luegt = True`

Ganze Zahlen: `Int` und `Integer`

- Der Typ `Int` umfasst ganze Zahlen beschränkter Größe
- Der Typ `Integer` umfasst ganze Zahlen beliebiger Größe

Ganze Zahlen: `Int` und `Integer`

- Der Typ `Int` umfasst ganze Zahlen beschränkter Größe
- Der Typ `Integer` umfasst ganze Zahlen beliebiger Größe
- Darstellung der Zahlen ist identisch z.B. 1000
- Defaulting: `Integer`, wenn es nötig ist, sonst offenlassen:

Ganze Zahlen: Int und Integer

- Der Typ `Int` umfasst ganze Zahlen beschränkter Größe
- Der Typ `Integer` umfasst ganze Zahlen beliebiger Größe
- Darstellung der Zahlen ist identisch z.B. 1000
- Defaulting: `Integer`, wenn es nötig ist, sonst offenlassen:

```
Prelude> :type 1000 ⏎
1000 :: (Num t) => t
Prelude> 1000::Integer ⏎
1000
Prelude> 1000::Int ⏎
1000
Prelude> (1000::Integer) + (1000::Int) ⏎
...Couldn't match expected type 'Integer' with actual type 'Int'...
```

- In etwa 1000 ist vom Typ `t`, wenn `t` ein numerischer Typ ist.
- Genauer: `(Num t) =>` ist eine sog. Typklassenbeschränkung
- `Int` und `Integer` sind numerische Typen (haben Instanzen für `Num`)

Gleitkommazahlen

- Typen `Float` und `Double` (mit doppelter Genauigkeit)
- Kommastelle wird mit `.` (Punkt) dargestellt
- Typklasse dazu: `Fractional`

```
Prelude> :type 10.5 ↩
10.5 :: (Fractional t) => t
Prelude> 10.5::Double ↩
10.5
Prelude> 10.5::Float ↩
10.5 Prelude> 10.5::Integer ↩
...No instance for (Fractional Integer)
```

- Beachte: Das Rechnen mit solchen Kommazahlen ist ungenau!

Zeichen und Zeichenketten

- Der Typ `Char` repräsentiert Zeichen
  Darstellung: Zeichen in einfache Anführungszeichen, z.B. `'A'`
- Spezielle Zeichen (Auswahl):

Darstellung in Haskell	Zeichen, das sich dahinter verbirgt
`'\\'`	Backslash \
`'\''`	einfaches Anführungszeichen '
`'\"'`	doppeltes Anführungszeichen "
`'\n'`	Zeilenumbruch
`'\t'`	Tabulator

- Zeichenketten: Typ `String`
  Dastellung in doppelten Anführungszeichen, z.B. `"Hallo"`.
- Genauer ist der Typ `String` gleich zu `[Char]`
  d.h. eine Liste von Zeichen (Listen behandeln wir später)

Beispiel Zeichenketten

```
> :set +t
> "Ein \n\'mehrzeiliger\'\nText mit \"Anfuehrungszeichen\""
"Ein \n'mehrzeiliger'\nText mit \"Anfuehrungszeichen\""
it :: [Char]
> putStrLn "Ein \n\'mehrzeiliger\'\nText mit \"Anfuehrungszeichen\""
Ein
'mehrzeiliger'
Text mit "Anfuehrungszeichen"
it :: ()
```

Operatoren auf Zahlen

- Operatoren auf Zahlen in Haskell:
  Addition `+`, Substraktion `-`, Multiplikation `*` und Division `/`
- Beispiele: `3 * 6`, `10.0 / 2.5`, `4 + 5 * 4`
- Beim `-` muss man aufpassen, da es auch für negative Zahlen benutzt wird

```
Prelude> 2 * -2 ⏎

<interactive>:1:0:
    Precedence parsing error
        cannot mix ‘*’ [infixl 7] and prefix ‘-’ [infixl 6]
        in the same infix expression
Prelude> 2 * (-2) ⏎
-4
```

Vergleichsoperationen

Gleichheitstest == und
Ungleichheitstest /=

```
Prelude> 1 == 3 ↩
False
Prelude> 3*10 == 6*5 ↩
True
Prelude> True == False ↩
False
Prelude> False == False ↩
True
Prelude> 2*8 /= 64 ↩
True
Prelude> 2+8 /= 10 ↩
False
Prelude> True /= False ↩
True
```

größer: >, größer oder gleich: >=
kleiner: <, kleiner oder gleich: <=

```
Prelude> 5 >= 5 ↩
True
Prelude> 5 > 5 ↩
False
Prelude> 6 > 5 ↩
True
Prelude> 4 < 5 ↩
True
Prelude> 4 < 4 ↩
False
Prelude> 4 <= 4 ↩
True
```

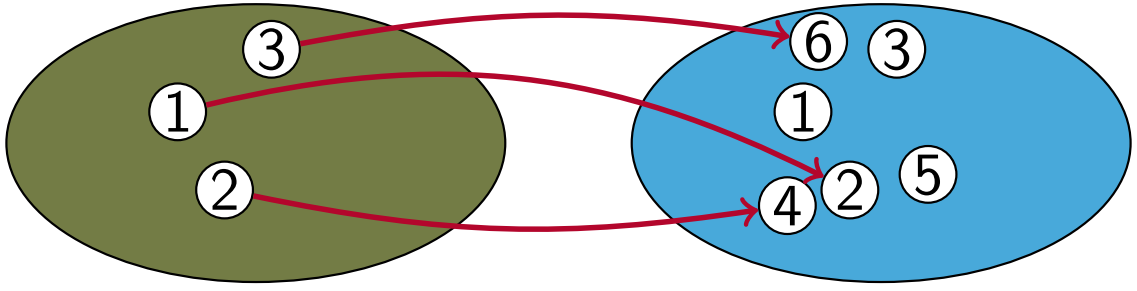
Programmieren mit Haskell
Funktionen

Was ist eine Funktion?

Definition (mathematisch):
Seien D und Z Mengen. Eine **Funktion**

$$f : D \to Z$$

ordnet jedem Element $x \in D$ ein Element $y \in Z$ zu.
D nennt man den **Definitionsbereich** und Z den **Zielbereich**.



Was ist eine Funktion?

Definition (mathematisch):
Seien D und Z Mengen. Eine **Funktion**

$$f : D \to Z$$

ordnet jedem Element $x \in D$ ein Element $y \in Z$ zu.
D nennt man den **Definitionsbereich** und Z den **Zielbereich**.

Beispiel:

$$\mathit{verdopple} : \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Definitionsbereich}} \to \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Zielbereich}}$$
$$\mathit{verdopple}(x) = x + x$$

Was ist eine Funktion?

Definition (mathematisch):
Seien D und Z Mengen. Eine **Funktion**

$$f : D \to Z$$

ordnet jedem Element $x \in D$ ein Element $y \in Z$ zu.
D nennt man den **Definitionsbereich** und Z den **Zielbereich**.

Beispiel:

$$\mathit{verdopple} : \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Definitionsbereich}} \to \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Zielbereich}}$$
$$\mathit{verdopple}(x) = x + x$$

In Haskell:

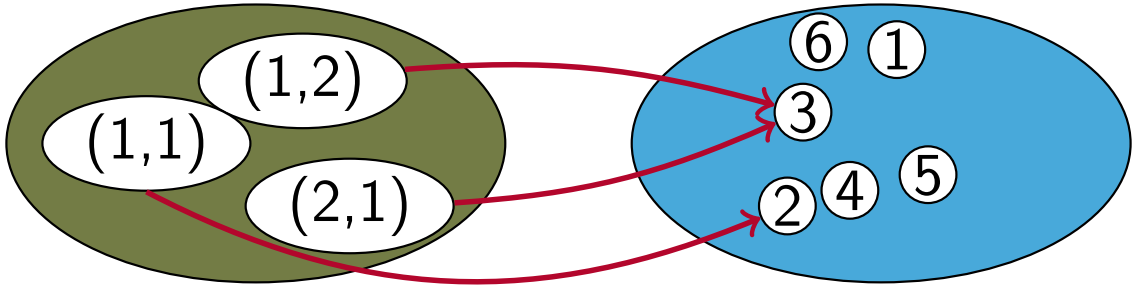
```
verdopple :: Integer -> Integer
verdopple x = x + x
```

Mehrstellige Funktionen

Möglichkeit 1: Definitionsbereich ist eine Menge von Tupeln

$$\mathit{summiere} : \underbrace{(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})}_{\text{Definitionsbereich}} \rightarrow \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Zielbereich}}$$

$$\mathit{summiere}(x, y) = x + y$$



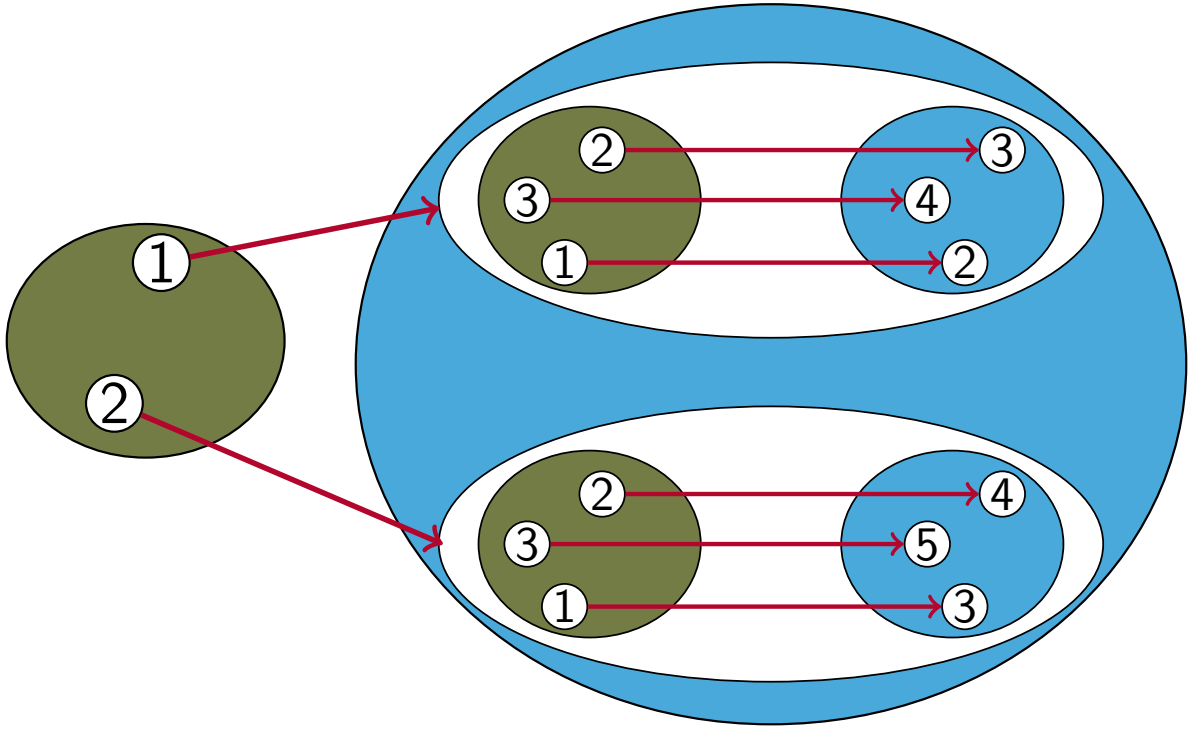
Verwendung: $\mathit{summiere}(1, 2)$

Mehrstellige Funktionen(2)

Möglichkeit 2: (Currying) Statt Funktion mit *n*-Argumenten, Funktion mit einem Argument, Rückgabe: ist Funktion!

$$summiere : \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Definitionsbereich}} \rightarrow \underbrace{(\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z})}_{\text{Zielbereich}}$$

$$summiere\ x\ y = x + y$$



Mehrstellige Funktionen (3)

Möglichkeit 2: (Currying) Statt Funktion mit *n*-Argumenten, Funktion mit einem Argument, Rückgabe: ist Funktion!

$$\mathit{summiere} : \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Definitionsbereich}} \rightarrow \underbrace{(\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z})}_{\text{Zielbereich}}$$

$$\mathit{summiere}\ x\ y = x + y$$

- Vorteil ggü. Variante 1: Man kann partiell anwenden, z.B. *summiere* 2
- Variante 2 wird in Haskell fast immer verwendet!

```
summiere :: Integer -> (Integer -> Integer)
summiere x y = x + y
```

Mehrstellige Funktionen (3)

Möglichkeit 2: (Currying) Statt Funktion mit *n*-Argumenten, Funktion mit einem Argument, Rückgabe: ist Funktion!

$$summiere : \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Definitionsbereich}} \rightarrow \underbrace{(\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z})}_{\text{Zielbereich}}$$

$$summiere\ x\ y = x + y$$

- Vorteil ggü. Variante 1: Man kann partiell anwenden, z.B. *summiere* 2
- Variante 2 wird in Haskell fast immer verwendet!

```
summiere :: Integer -> (Integer -> Integer)
summiere x y = x + y
```

`->` in Haskell ist rechts-assoziativ: `a -> b -> c  =  a -> (b -> c)`
Daher kann man Klammern weglassen.

Mehrstellige Funktionen (3)

Möglichkeit 2: (Currying) Statt Funktion mit *n*-Argumenten, Funktion mit einem Argument, Rückgabe: ist Funktion!

$$\textit{summiere} : \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{Definitionsbereich}} \rightarrow \underbrace{(\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z})}_{\text{Zielbereich}}$$

$$\textit{summiere}\ x\ y = x + y$$

- Vorteil ggü. Variante 1: Man kann partiell anwenden, z.B. *summiere* 2
- Variante 2 wird in Haskell fast immer verwendet!

```
summiere :: Integer -> Integer -> Integer
summiere x y = x + y
```

`->` in Haskell ist rechts-assoziativ: `a -> b -> c  =  a -> (b -> c)`
Daher kann man Klammern weglassen.

Funktionstypen

Einfacher: f erwartet n Eingaben, dann ist der Typ von f:

$$f :: \underbrace{\text{Typ}_1}_{\substack{\text{Typ des}\\ 1.\ \text{Arguments}}} \texttt{->} \underbrace{\text{Typ}_2}_{\substack{\text{Typ des}\\ 2.\ \text{Arguments}}} \texttt{->} \ldots \texttt{->} \underbrace{\text{Typ}_n}_{\substack{\text{Typ des}\\ n.\ \text{Arguments}}} \texttt{->} \underbrace{\text{Typ}_{n+1}}_{\substack{\text{Typ des}\\ \text{Ergebnisses}}}$$

- `->` in Funktionstypen ist rechts-geklammert
- `(&&) :: Bool -> Bool -> Bool`
  entspricht `(&&) :: Bool -> (Bool -> Bool)`
  und nicht `(&&) :: (Bool -> Bool) -> Bool`

Funktionen: Beispiele

Beispiel: `mod` und `div`

- `mod`: Rest einer Division mit Rest
- `div`: Ganzzahliger Anteil der Division mit Rest

Funktionen: Beispiele

Beispiel: `mod` und `div`

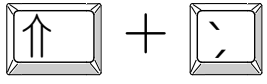
- `mod`: Rest einer Division mit Rest
- `div`: Ganzzahliger Anteil der Division mit Rest

```
Prelude> mod 10 3 ⏎
1
Prelude> div 10 3 ⏎
3
Prelude> mod 15 5 ⏎
0
Prelude> div 15 5 ⏎
3
Prelude> (div 15 5) + (mod 8 6) ⏎
5
```

Präfix und Infix

- `+`, `*`, ... werden infix verwendet:
  zwischen den Argumenten, z.B. `5+6`
- `mod`, `div` werden präfix verwendet:
  vor den Argumenten, z.B. `mod 10 3`

Präfix und Infix

- `+`, `*`, ... werden infix verwendet:
  zwischen den Argumenten, z.B. `5+6`
- `mod`, `div` werden präfix verwendet:
  vor den Argumenten, z.B. `mod 10 3`
- Präfix-Operatoren infix verwenden:
  In Hochkommata setzen ()
  z.B. `10 ‘mod‘ 3`
- Infix-Operatoren präfix verwenden:
  In runde Klammern setzen
  z.B. `(+) 5 6`

Boolesche Funktionen: Beispiele

```
Prelude> :type not ⏎
not :: Bool -> Bool
Prelude> :type (&&) ⏎
(&&) :: Bool -> Bool -> Bool
Prelude> :type (||) ⏎
(||) :: Bool -> Bool -> Bool
```

- `not`: Eine Eingabe vom Typ `Bool` und Ausgabe vom Typ `Bool`
- `(&&)`: Zwei Eingaben vom Typ `Bool` und Ausgabe vom Typ `Bool`
- `(||)`: Zwei Eingaben vom Typ `Bool` und Ausgabe vom Typ `Bool`

Funktionstypen mit Typklassen

Typen von `mod` und `div`:

```
mod :: Integer -> Integer -> Integer
div :: Integer -> Integer -> Integer
```

In Wirklichkeit:

```
Prelude> :type mod ⏎
mod :: (Integral a) => a -> a -> a
Prelude> :type div ⏎
div :: (Integral a) => a -> a -> a
```

In etwa: Für alle Typen `a` die `Integral`-Typen sind,
hat `mod` den Typ `a -> a -> a`

Weitere Funktionen

```
Prelude> :type (==) ↵
(==) :: (Eq a) => a -> a -> Bool
Prelude> :type (<) ↵
(<) :: (Ord a) => a -> a -> Bool
Prelude> :type (<=) ↵
(<=) :: (Ord a) => a -> a -> Bool
Prelude> :type (+) ↵
(+) :: (Num a) => a -> a -> a
Prelude> :type (-) ↵
(-) :: (Num a) => a -> a -> a
```

Typgerecht programmieren

Die Typen müssen stets passen, sonst gibt's einen Typfehler:

```
Prelude> :type not
not :: Bool -> Bool
Prelude> not 'C'
<interactive>:1:4:
  Couldn't match expected type ‘Bool’ against inferred type ‘Char’
  In the first argument of ‘not’, namely 'C'
  In the expression: not 'C'
  In the definition of ‘it’: it = not 'C'
```

Manchmal merkwürdige Fehlermeldungen:

```
Prelude> not 5
<interactive>:1:4:
    No instance for (Num Bool)
      arising from the literal ‘5’ at <interactive>:1:4
    Possible fix: add an instance declaration for (Num Bool)
    In the first argument of ‘not’, namely ‘5’
    In the expression: not 5
    In the definition of ‘it’: it = not 5
```

Funktionen selbst definieren

```
verdopple x = x + x
```

Funktionen selbst definieren

```
verdopple x = x + x
```

Allgemein:

$$\textit{funktion\_Name} \quad \textit{par}_1 \quad \ldots \quad \textit{par}_n \quad = \quad \textit{Haskell\_Ausdruck}$$

wobei

- $\textit{par}_i$: Formale Parameter, z.B. Variablen `x`, `y`, ...
- Die $\textit{par}_i$ dürfen rechts im *Haskell_Ausdruck* verwendet werden
- *funktion_Name* muss mit Kleinbuchstaben oder einem Unterstrich beginnen

Funktionen selbst definieren

```
verdopple :: Integer -> Integer
verdopple x = x + x
```

Allgemein:

$$\textit{funktion\_Name} \quad \textit{par}_1 \quad \ldots \quad \textit{par}_n \quad = \quad \textit{Haskell\_Ausdruck}$$

wobei

- $\textit{par}_i$: Formale Parameter, z.B. Variablen `x`, `y`, ...
- Die $\textit{par}_i$ dürfen rechts im *Haskell_Ausdruck* verwendet werden
- *funktion_Name* muss mit Kleinbuchstaben oder einem Unterstrich beginnen

Man darf auch den Typ angeben!

Formale Parameter

Gesucht:

> Funktion erhält zwei Eingaben und liefert
> `"Die Eingaben sind gleich"`,
> wenn die beiden Eingaben gleich sind.

Formale Parameter

Gesucht:

Funktion erhält zwei Eingaben und liefert
`"Die Eingaben sind gleich"`,
wenn die beiden Eingaben gleich sind.

Falscher Versuch:

```
sonicht x x = "Die Eingaben sind gleich!"
```

```
    Conflicting definitions for ‘x’
    In the definition of ‘sonicht’
Failed, modules loaded: none.
```

Die formalen Parameter müssen unterschiedliche Namen haben.

```
vergleiche x y =
  if x == y then "Die Eingaben sind gleich!" else "Ungleich!"
```

Funktion testen

```
Prelude> :load programme/einfacheFunktionen.hs ⏎
[1 of 1] Compiling Main ( programme/einfacheFunktionen.hs)
Ok, modules loaded: Main.
*Main> verdopple 5 ⏎
10
*Main> verdopple 100 ⏎
200
*Main> verdopple (verdopple (2*3) + verdopple (6+9)) ⏎
84
```

Fallunterscheidung: `if-then-else`

Syntax: `if` b `then` e_1 `else` e_2

Bedeutung:

$$\texttt{if } b \texttt{ then } e_1 \texttt{ else } e_2 = \begin{cases} e_1 & \text{wenn } b \text{ zu } \texttt{True} \text{ auswertet} \\ e_2 & \text{wenn } b \text{ zu } \texttt{False} \text{ auswertet} \end{cases}$$

Beispiel

```
verdoppleGerade :: Integer -> Integer
verdoppleGerade x = if even x then verdopple x else x
```

even testet, ob eine Zahl gerade ist:

```
even x = x `mod` 2 == 0
```

```
*Main> :reload ⏎
[1 of 1] Compiling Main ( programme/einfacheFunktionen.hs )
Ok, modules loaded: Main.
*Main> verdoppleGerade 50 ⏎
100
*Main> verdoppleGerade 17 ⏎
17
```

Weitere Beispiele zu if-then-else

Verschachteln von `if-then-else`:

```
jenachdem :: Integer -> Integer
jenachdem x = if x < 100 then 2*x else
                if x <= 1000 then 3*x else x
```

Falsche Einrückung:

```
jenachdem x =
if x < 100 then 2*x else
  if x <= 1000 then 3*x else x
```

```
Prelude> :reload ⏎
[1 of 1] Compiling Main ( programme/einfacheFunktionen.hs )
programme/einfacheFunktionen.hs:9:0:
    parse error (possibly incorrect indentation)
Failed, modules loaded: none.
Prelude>
```

Noch ein Beispiel

```
verdoppeln_oder_verdreifachen :: Bool -> Integer -> Integer
verdoppeln_oder_verdreifachen b x =
  if b then 2*x else 3*x
```

```
*Main> verdoppeln_oder_verdreifachen True 10
20
*Main> verdoppeln_oder_verdreifachen False 10
30
```

`verdoppeln` mithilfe von `verdoppeln_oder_verdreifachen`:

```
verdoppeln2 :: Integer -> Integer
verdoppeln2 x = verdoppeln_oder_verdreifachen True x
-- oder auch:
verdoppeln3 :: Integer -> Integer
verdoppeln3 = verdoppeln_oder_verdreifachen True
```

`verdoppeln3`: keine Eingabe, **Ausgabe ist eine Funktion**

Aufgabe

Ordnung BSc Informatik §26 Abs.7

„Die Gesamtnote einer bestandenen Bachelorprüfung lautet:

Bei einem Durchschnitt bis einschließlich 1,5:	sehr gut
bei einem Durchschnitt von 1,6 bis einschließlich 2,5:	gut
bei einem Durchschnitt von 2,6 bis einschließlich 3,5:	befriedigend
bei einem Durchschnitt von 3,6 bis einschließlich 4,0:	ausreichend“

Implementiere eine Haskellfunktion

```
gesamtnote :: Double -> String
```

die bei Eingabe eines Durchschnitts die Gesamtnote als String ausgibt.

Higher-Order Funktionen

- D.h.: **Rückgabewerte** dürfen in Haskell auch Funktionen sein
- Auch Argumente (Eingaben) dürfen Funktionen sein:

```
wende_an_und_addiere f x y = (f x) + (f y)
```

```
*Main> wende_an_und_addiere verdopple 10 20 ↩
60
*Main> wende_an_und_addiere jenachdem 150 3000 ↩
3450
```

Daher spricht man auch von Funktionen höherer Ordnung!

Nochmal Typen

Typ von `wende_an_und_addiere`

```
wende_an_und_addiere :: (Integer -> Integer) -> Integer -> Integer -> Integer
```

```
wende_an_und_addiere f x y = (f x) + (f y)
```

Nochmal Typen

Typ von `wende_an_und_addiere`

```
wende_an_und_addiere :: (Integer -> Integer) -> Integer -> Integer -> Integer
```

- `(Integer -> Integer)`: Typ von `f`
- `Integer`: Typ von `x`
- `Integer`: Typ von `y`
- `Integer`: Typ des Ergebnisses

```
wende_an_und_addiere f x y = (f x) + (f y)
```

Nochmal Typen

Typ von `wende_an_und_addiere`

```
wende_an_und_addiere :: (Integer -> Integer) -> Integer -> Integer -> Integer
```

```
wende_an_und_addiere f x y = (f x) + (f y)
```

Achtung: Im Typ

```
(Integer -> Integer) -> Integer -> Integer -> Integer
```

darf man die Klammern nicht weglassen:

```
Integer -> Integer -> Integer -> Integer -> Integer
```

denn das entspricht

```
Integer -> (Integer -> (Integer -> (Integer -> Integer))).
```

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

z.B. `a = Int`

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
```

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

z.B. `a = Int`

```
zweimal_anwenden :: (Int -> Int) -> Int -> Int
```

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

z.B. `a = Int`

```
zweimal_anwenden :: (Int -> Int) -> Int -> Int
```

z.B. `a = Bool`

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
```

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

z.B. `a = Int`

```
zweimal_anwenden :: (Int -> Int) -> Int -> Int
```

z.B. `a = Bool`

```
zweimal_anwenden :: (Bool -> Bool) -> Bool -> Bool
```

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

z.B. `a = Int`

```
zweimal_anwenden :: (Int -> Int) -> Int -> Int
```

z.B. `a = Bool`

```
zweimal_anwenden :: (Bool -> Bool) -> Bool -> Bool
```

z.B. `a = Char -> Char`

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
```

Polymorphe Typen

```
zweimal_anwenden :: (a -> a) -> a -> a
zweimal_anwenden f x = f (f x)
```

Da **Typvariablen** in Haskell erlaubt sind, spricht man von **polymorphen Typen**

Für Typvariablen kann man Typen einsetzen!

z.B. `a = Int`

```
zweimal_anwenden :: (Int -> Int) -> Int -> Int
```

z.B. `a = Bool`

```
zweimal_anwenden :: (Bool -> Bool) -> Bool -> Bool
```

z.B. `a = Char -> Char`

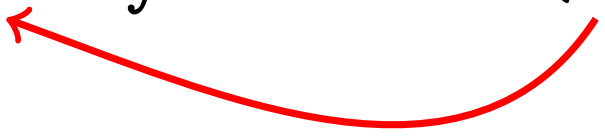
```
zweimal_anwenden::((Char->Char)->(Char->Char))->(Char->Char)->(Char->Char)
```

Programmieren mit Haskell
Rekursion

Rekursion

Eine Funktion ist **rekursiv**, wenn sie sich selbst aufrufen kann.

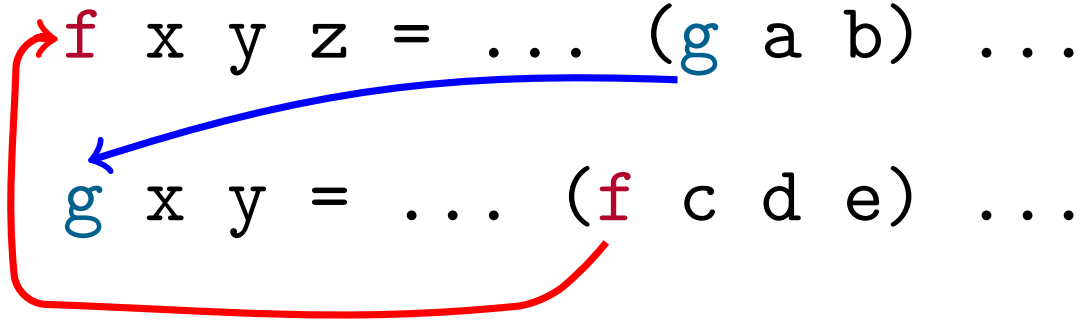
```
f x y z = ... (f a b c) ...
```



oder z.B. auch

```
f x y z = ... (g a b) ...

g x y = ... (f c d e) ...
```



Rekursion (2)

Bei Rekursion muss man aufpassen:

```
endlos_eins_addieren x = endlos_eins_addieren (x+1)
```

```
    endlos_eins_addieren 0
--> endlos_eins_addieren 1
--> endlos_eins_addieren 2
--> endlos_eins_addieren 3
--> endlos_eins_addieren 4
--> ...
```

`endlos_eins_addieren 0` terminiert nicht!

Rekursion (3)

So macht man es richtig:

- **Rekursionsanfang**: Der Fall, für den sich die Funktion nicht mehr selbst aufruft, sondern abbricht
- **Rekursionsschritt**: Der rekursive Aufruf

Darauf achten, dass der Rekursionsanfang stets erreicht wird.

Beispiel:

```
erste_rekursive_Funktion x =
  if x <= 0 then 0                                -- Rekursionsanfang
    else x+(erste_rekursive_Funktion (x-1)) -- Rekursionsschritt
```

Rekursion (4)

```
erste_rekursive_Funktion x =
  if x <= 0 then 0                                -- Rekursionsanfang
   else x+(erste_rekursive_Funktion (x-1)) -- Rekursionsschritt
```

Was berechnet `erste_rekursive_Funktion`?

- `erste_rekursive_Funktion` n ergibt 0 für $n \leq 0$
- $n > 0$?

Testen:

```
*Main> erste_rekursive_Funktion 5
15
*Main> erste_rekursive_Funktion 10
55
*Main> erste_rekursive_Funktion 11
66
*Main> erste_rekursive_Funktion 12
78
*Main> erste_rekursive_Funktion 1
1
```

Rekursion (5)

```
erste_rekursive_Funktion x =
  if x <= 0 then 0                                -- Rekursionsanfang
   else x+(erste_rekursive_Funktion (x-1)) -- Rekursionsschritt
```

Ein Beispiel nachvollziehen:

```
  erste_rekursive_Funktion 5
= 5 + erste_rekursive_Funktion 4
= 5 + (4 + erste_rekursive_Funktion 3)
= 5 + (4 + (3 + erste_rekursive_Funktion 2))
= 5 + (4 + (3 + (2 + erste_rekursive_Funktion 1)))
= 5 + (4 + (3 + (2 + (1 + erste_rekursive_Funktion 0))))
= 5 + (4 + (3 + (2 + (1 + 0))))
= 15
```

Rekursion (6)

```
erste_rekursive_Funktion x =
  if x <= 0 then 0                                -- Rekursionsanfang
    else x+(erste_rekursive_Funktion (x-1)) -- Rekursionsschritt
```

Allgemein:

```
  erste_rekursive_Funktion x
= x + erste_rekursive_Funktion (x-1)
= x + (x-1)  + erste_rekursive_Funktion (x-2))
= x + (x-1) + (x-2) + erste_rekursive_Funktion (x-3)))
= ...
```

Rekursion (6)

```
erste_rekursive_Funktion x =
 if x <= 0 then 0                                -- Rekursionsanfang
  else x+(erste_rekursive_Funktion (x-1)) -- Rekursionsschritt
```

Allgemein:

```
  erste_rekursive_Funktion x
= x + erste_rekursive_Funktion (x-1)
= x + (x-1)  + erste_rekursive_Funktion (x-2))
= x + (x-1) + (x-2) + erste_rekursive_Funktion (x-3)))
= ...
```

$$\text{Das ergibt } x + (x-1) + (x-2) + \ldots + 0 = \sum_{i=0}^{x} i$$

Rekursion (7)

Warum ist Rekursion nützlich?

- Man kann damit schwierige Probleme einfach lösen

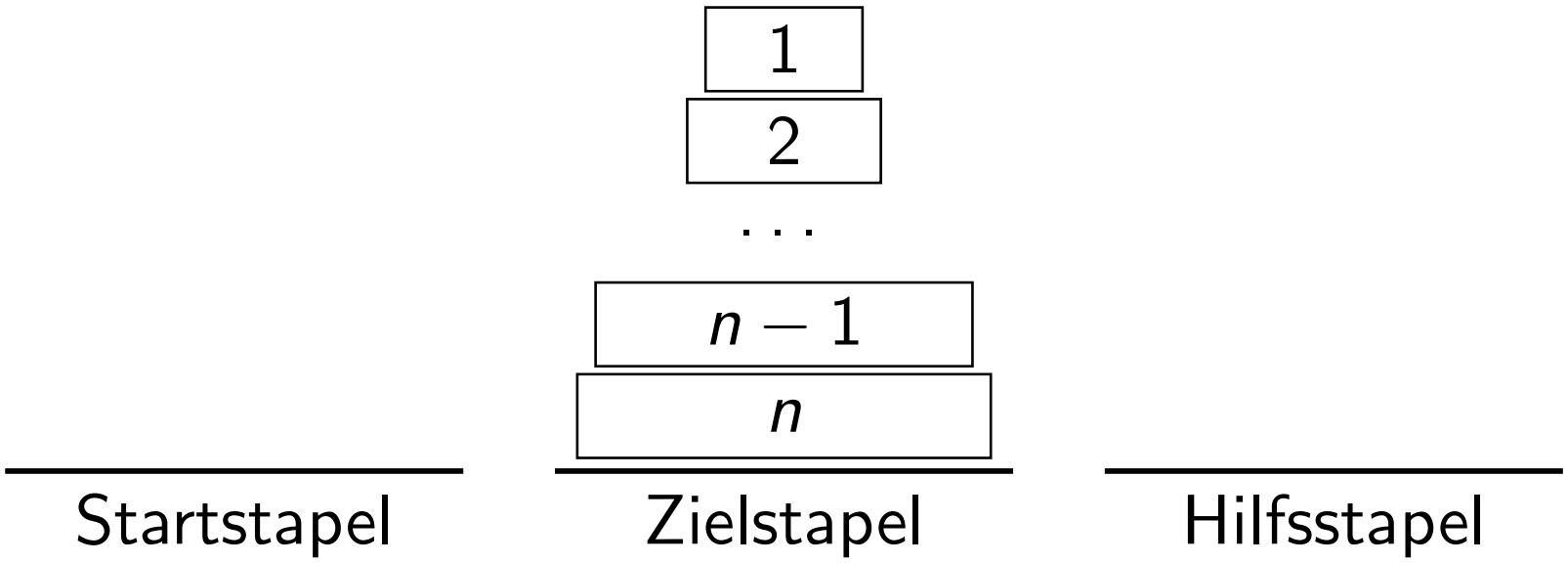
Wie geht man vor? (z.B. implementiere $f(n) = \sum_{i=0}^{n} i$)

- Rekursionsanfang:
  Der einfache Fall, für den man die Lösung direkt kennt
  $f(0) = \sum_{i=0}^{0} i = 0$
- Rekursionsschritt:
  Man löst ganz wenig selbst, bis das Problem etwas kleiner ist.
  Das (immer noch große) Restproblem erledigt die Rekursion,
  $f(n) = \sum_{i=0}^{n} i = n + \sum_{i=0}^{n-1} i = n + f(n-1)$ (für $n > 0$)

Rekursion: Türme von Hanoi

Startsituation

Rekursion: Türme von Hanoi

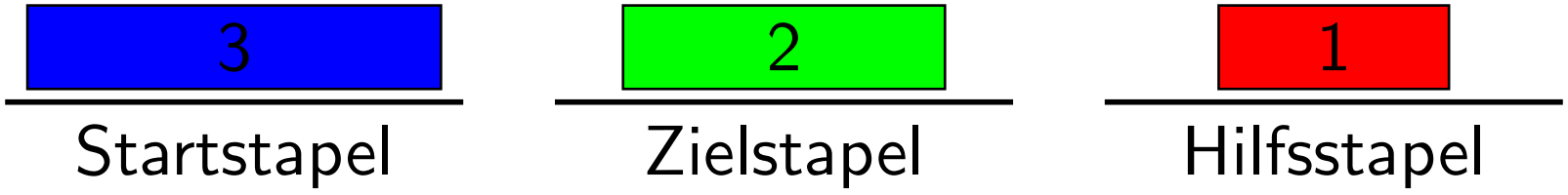


Zielsituation

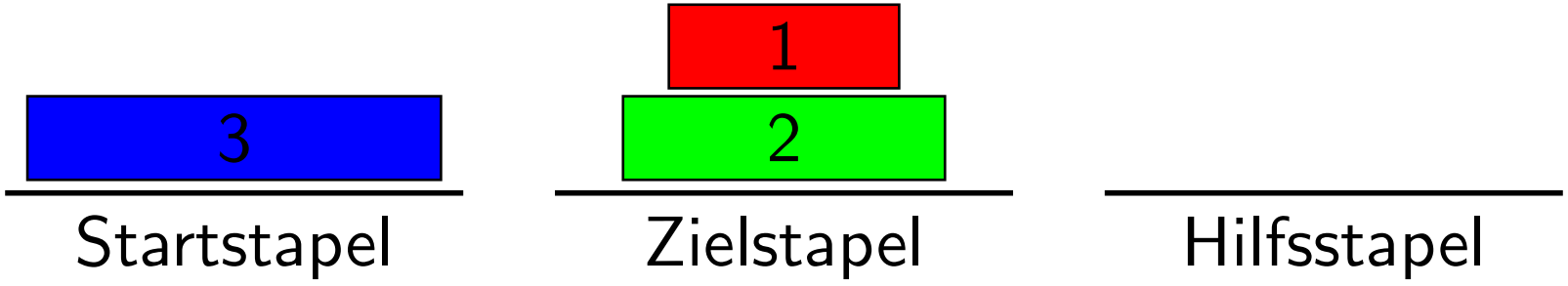
Beispiel $n = 3$

Beispiel $n = 3$

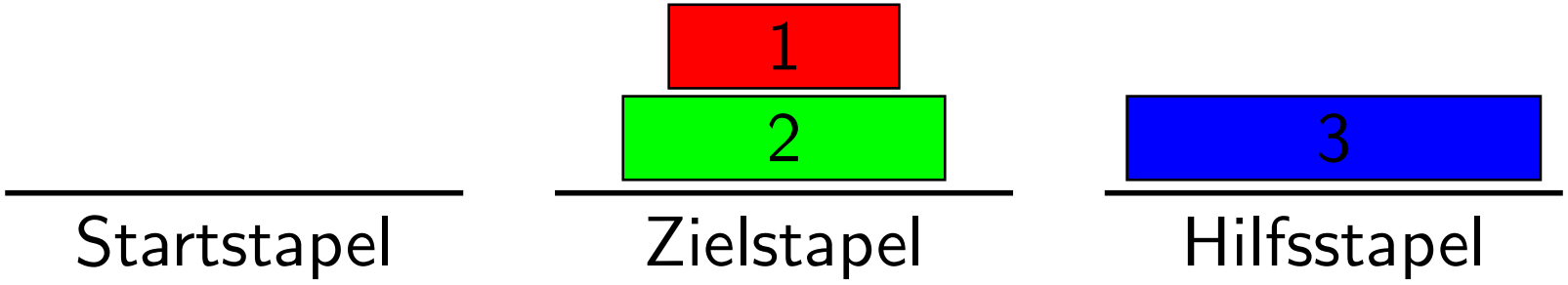
Beispiel $n = 3$



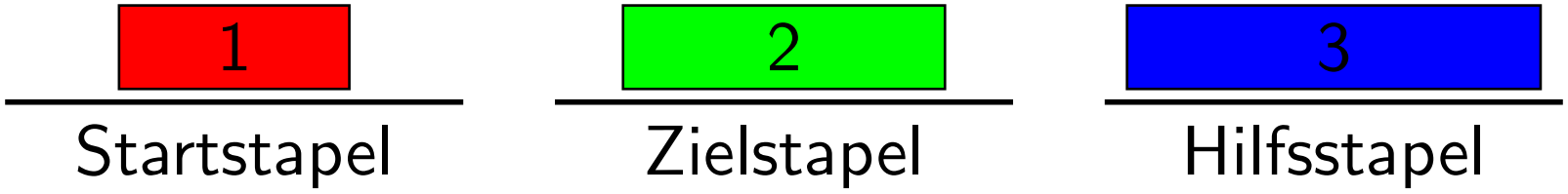
Beispiel $n = 3$



Beispiel $n = 3$



Beispiel $n = 3$



Beispiel $n = 3$

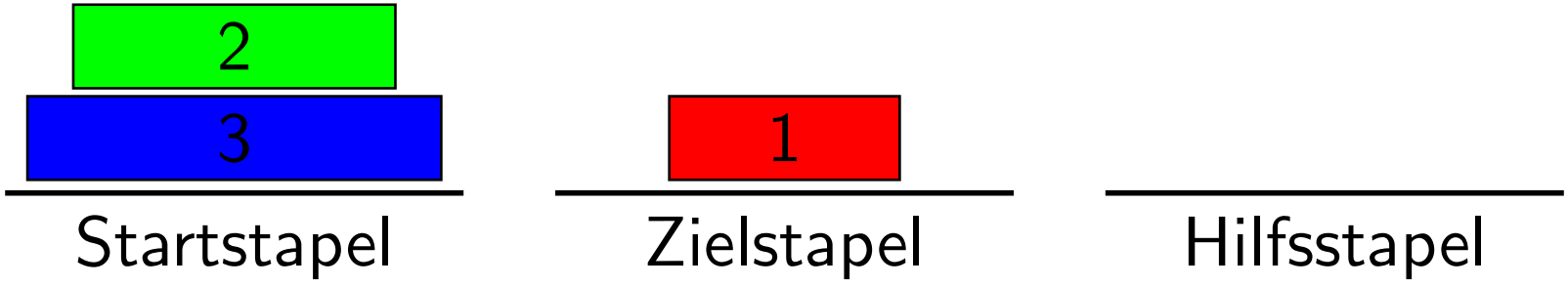
Beispiel $n = 3$

keine korrekte Lösung

Beispiel $n = 3$

zurück zum Anfang

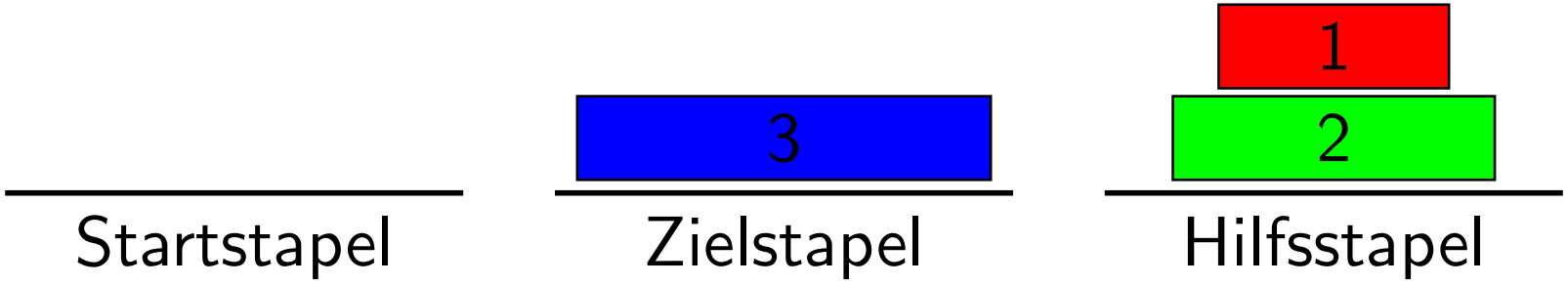
Beispiel $n = 3$



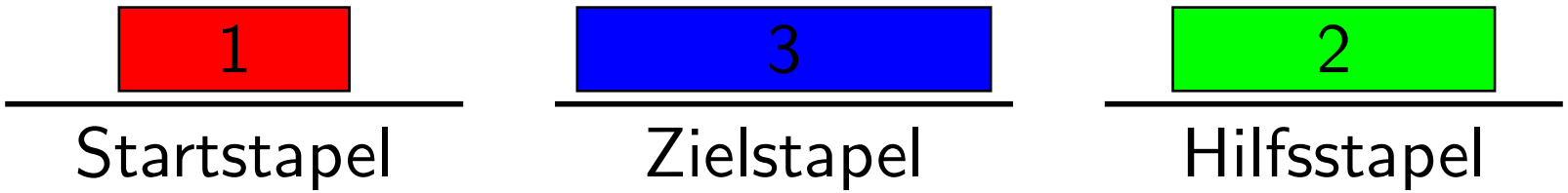
Beispiel $n = 3$

Beispiel $n = 3$

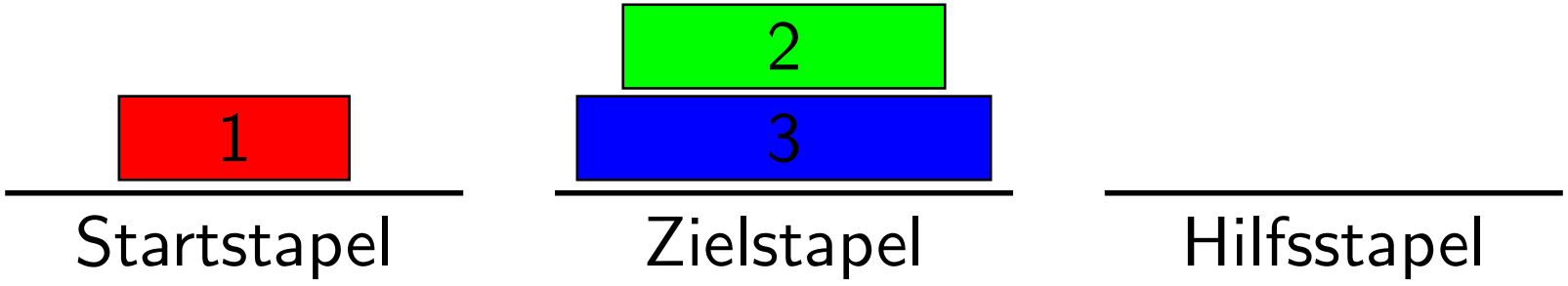
Beispiel $n = 3$



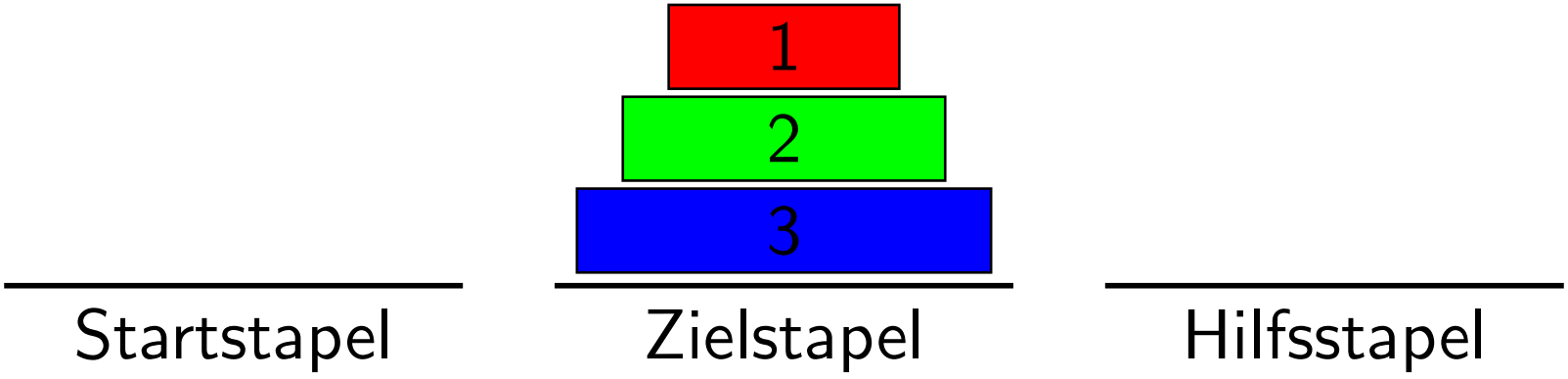
Beispiel $n = 3$



Beispiel $n = 3$



Beispiel $n = 3$



Korrekte Lösung

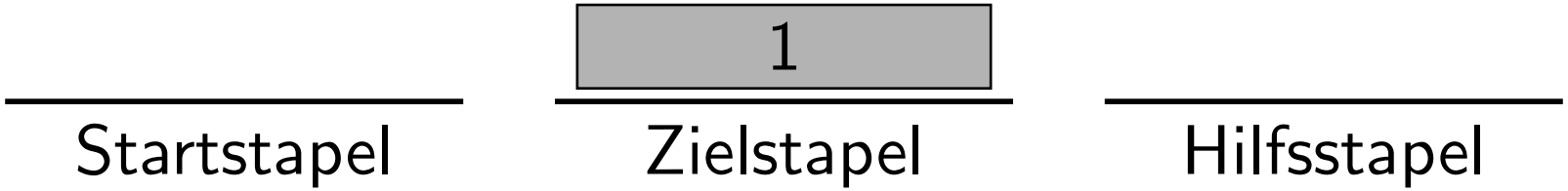
Lösen durch Rekursion: Rekursionanfang

$n = 1$: Verschiebe Scheibe von Startstapel auf Zielstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionanfang

$n = 1$: Verschiebe Scheibe von Startstapel auf Zielstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionanfang



$n = 1$: Verschiebe Scheibe von Startstapel auf Zielstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt

Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt

1. Verschiebe den Turm der Höhe $n-1$ **rekursiv** auf den Hilfsstapel

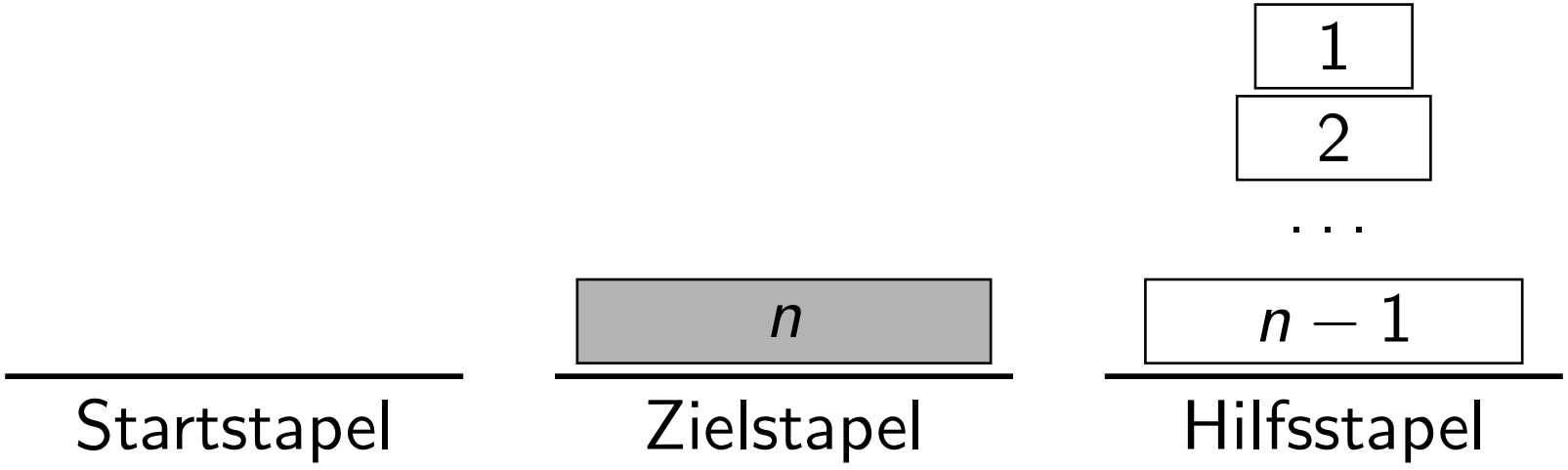
Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt

1. Verschiebe den Turm der Höhe $n-1$ **rekursiv** auf den Hilfsstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt

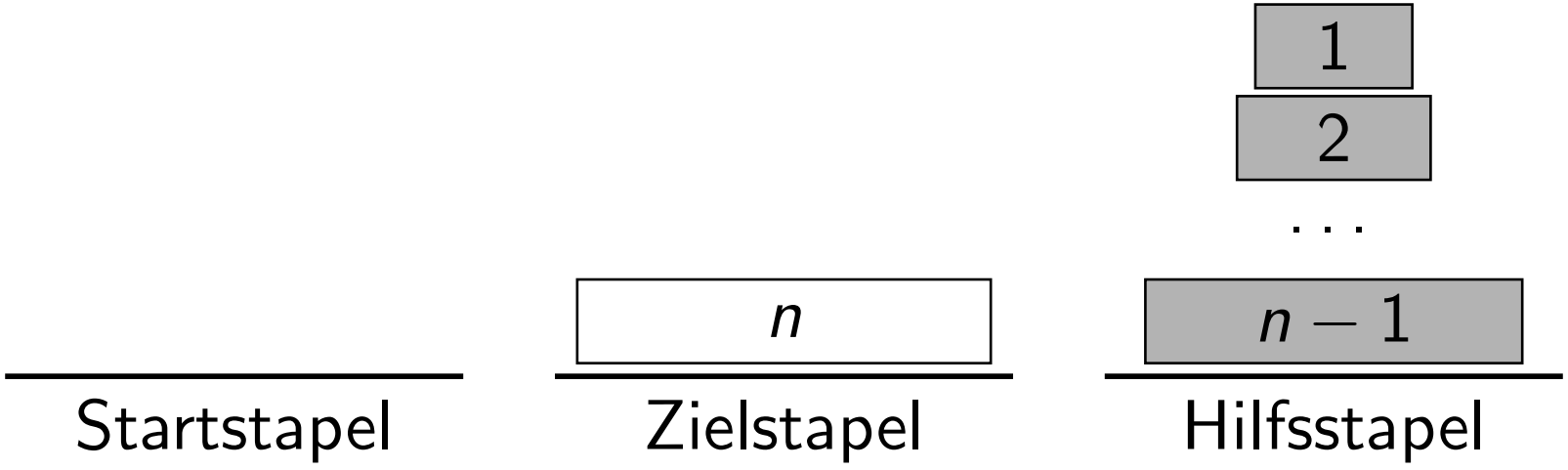
2. Verschiebe Scheibe n auf den Zielstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt



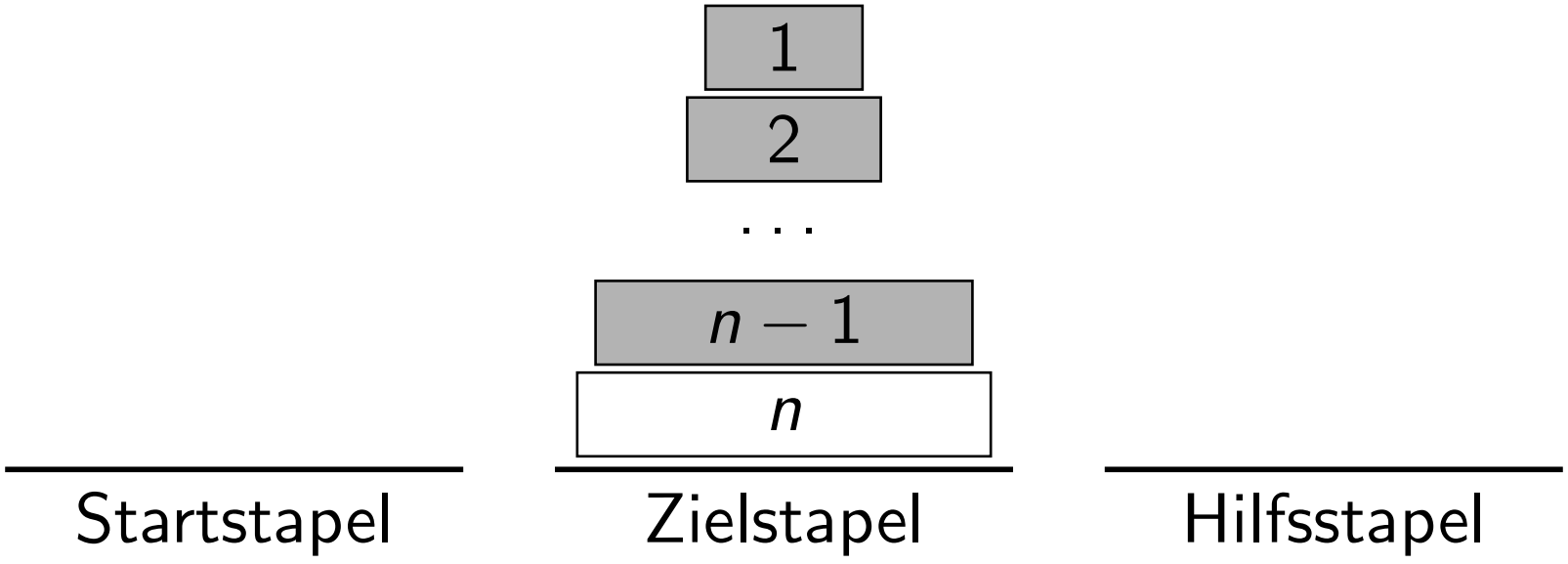
2. Verschiebe Scheibe n auf den Zielstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt



3. Verschiebe den Turm der Höhe $n-1$ **rekursiv** auf den Zielstapel

Lösen durch Rekursion: Rekursionsschritt



3. Verschiebe den Turm der Höhe $n-1$ **rekursiv** auf den Zielstapel

Pseudo-Algorithmus

verschiebe(n,start,ziel,hilf)

1. Wenn $n > 1$, dann verschiebe(n-1,start,hilf,ziel)
2. Schiebe Scheibe n von start auf ziel
3. Wenn $n > 1$, dann verschiebe(n-1,hilf,ziel,start)

- Rekursionanfang ist bei $n = 1$: keine rekursiven Aufrufe
- Beachte: Zwei rekursive Aufrufe pro Rekursionsschritt
- Haskell-Implementierung: Später

Rekursion, weitere Beispiele

Beispiel: *n*-mal Verdoppeln

- Rekursionsanfang:

```
n_mal_verdoppeln :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln x n =
```

Rekursion, weitere Beispiele

Beispiel: n-mal Verdoppeln

- Rekursionsanfang: $n = 0$: Gar nicht verdoppeln

```
n_mal_verdoppeln :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln x n =
  if n == 0 then x
```

Rekursion, weitere Beispiele

Beispiel: n-mal Verdoppeln

- Rekursionsanfang: $n = 0$: Gar nicht verdoppeln
- Rekursionsschritt: $n > 0$: Einmal selbst verdoppeln, die restlichen $n - 1$ Verdopplungen der Rekursion überlassen

```
n_mal_verdoppeln :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln x n =
  if n == 0 then x
  else n_mal_verdoppeln (verdopple x) (n-1)
```

Pattern matching (auf Zahlen)

```
n_mal_verdoppeln :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln x n =
  if n == 0 then x
  else n_mal_verdoppeln (verdopple x) (n-1)
```

Man darf statt Variablen auch Pattern in der Funktionsdefinition verwenden und mehrere Definitionsgleichungen angeben.

```
n_mal_verdoppeln2 :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln2 x 0 = x
n_mal_verdoppeln2 x n = n_mal_verdoppeln2 (verdopple x) (n-1)
```

Falsch:

```
n_mal_verdoppeln2 :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln2 x n = n_mal_verdoppeln2 (verdopple x) (n-1)
n_mal_verdoppeln2 x 0 = x
```

Guards

Guards (Wächter): Boolesche Ausdrücke,
die die Definition der Funktion festlegen

```
f x1 ... xm
  | 1. Guard  = e1
  ...
  | n. Guard  = en
```

- Abarbeitung von oben nach unten
- Erster Guard, der zu `True` auswertet, bestimmt die Definition.

```
n_mal_verdoppeln3 :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln3 x n
  | n == 0    = x
  | otherwise = n_mal_verdoppeln3 (verdopple x) (n-1)
```

Vordefiniert: `otherwise = True`

Die Error-Funktion

```
n_mal_verdoppeln3 :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln3 x n
  | n == 0    = x
  | otherwise = n_mal_verdoppeln3 (verdopple x) (n-1)
```

Was passiert bei negativem `n`?

Die Error-Funktion

```
n_mal_verdoppeln3 :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln3 x n
  | n == 0    = x
  | otherwise = n_mal_verdoppeln3 (verdopple x) (n-1)
```

Was passiert bei negativem n?

- `error :: String -> a`

```
n_mal_verdoppeln4 :: Integer -> Integer -> Integer
n_mal_verdoppeln4 x n
  | n < 0     = error "Negatives Verdoppeln verboten!"
  | n == 0    = x
  | otherwise = n_mal_verdoppeln4 (verdopple x) (n-1)
```

```
*Main> n_mal_verdoppeln4 10 (-10)
*** Exception:
 in n_mal_verdoppeln4: negatives Verdoppeln ist verboten
```

Beispiel

In einem Wald werden am 1.1. des ersten Jahres 10 Rehe gezählt. Der erfahrene Förster weiß, dass sich im Laufe eines Jahres, die Anzahl an Rehen durch Paarung verdreifacht. In jedem Jahr schießt der Förster 17 Rehe. In jedem 2. Jahr gibt der Förster die Hälfte der verbleibenden Rehe am 31.12. an einen anderen Wald ab.
Wieviel Rehe gibt es im Wald am 1.1. des Jahres n?

Beispiel

In einem Wald werden am 1.1. des ersten Jahres 10 Rehe gezählt. Der erfahrene Förster weiß, dass sich im Laufe eines Jahres, die Anzahl an Rehen durch Paarung verdreifacht. In jedem Jahr schießt der Förster 17 Rehe. In jedem 2. Jahr gibt der Förster die Hälfte der verbleibenden Rehe am 31.12. an einen anderen Wald ab.
Wieviel Rehe gibt es im Wald am 1.1. des Jahres n?

Rekursionsanfang: Jahr 1, 10 Rehe

```
anzahlRehe 1 = 10
```

Beispiel

In einem Wald werden am 1.1. des ersten Jahres 10 Rehe gezählt. Der erfahrene Förster weiß, dass sich im Laufe eines Jahres, die Anzahl an Rehen durch Paarung verdreifacht. In jedem Jahr schießt der Förster 17 Rehe. In jedem 2. Jahr gibt der Förster die Hälfte der verbleibenden Rehe am 31.12. an einen anderen Wald ab.
Wieviel Rehe gibt es im Wald am 1.1. des Jahres n?

Rekursionsanfang: Jahr 1, 10 Rehe
Rekursionsschritt: Sei k = Anzahl Rehe am 1.1. des Jahres $n-1$

```
anzahlRehe 1 = 10
anzahlRehe n =
                        anzahlRehe (n-1)
```

Beispiel

In einem Wald werden am 1.1. des ersten Jahres 10 Rehe gezählt. Der erfahrene Förster weiß, dass sich im Laufe eines Jahres, die Anzahl an Rehen durch Paarung verdreifacht. In jedem Jahr schießt der Förster 17 Rehe. In jedem 2. Jahr gibt der Förster die Hälfte der verbleibenden Rehe am 31.12. an einen anderen Wald ab.
Wieviel Rehe gibt es im Wald am 1.1. des Jahres n?

Rekursionsanfang: Jahr 1, 10 Rehe
Rekursionsschritt: Sei k = Anzahl Rehe am 1.1. des Jahres $n-1$

$$\text{Jahr } n\text{: } \begin{cases} 3*k-17, & \text{falls } n-1 \text{ kein zweites Jahr} \\ (3*k-17)/2, & \text{falls } n-1 \text{ ein zweites Jahr} \end{cases}$$

```
anzahlRehe 1 = 10
anzahlRehe n = if even (n-1)
               then (3*(anzahlRehe (n-1))-17) `div` 2
               else 3*(anzahlRehe (n-1))-17
```

Beispiel (2)

```
*Main> anzahlRehe 1
10
*Main> anzahlRehe 2
13
*Main> anzahlRehe 3
11
*Main> anzahlRehe 4
16
*Main> anzahlRehe 5
15
*Main> anzahlRehe 6
28
*Main> anzahlRehe 7
33
*Main> anzahlRehe 8
82
*Main> anzahlRehe 9
114
*Main> anzahlRehe 10
325
*Main> anzahlRehe 50
3626347914090925
```

Let-Ausdrücke: Lokale Definitionen

```
anzahlRehe 1 = 10
anzahlRehe n = if even (n-1)
               then (3*(anzahlRehe (n-1))-17) `div` 2
               else 3*(anzahlRehe (n-1))-17
```

Mit `let`:

```
anzahlRehe2 1 = 10
anzahlRehe2 n = let k = (3*anzahlRehe2 (n-1))-17
                in  if even (n-1) then k `div` 2
                    else k
```

Let-Ausdrücke: Lokale Definitionen (2)

Allgemeiner:

```
let   Variable1  =  Ausdruck1
      Variable2  =  Ausdruck2
      ...
      VariableN  =  AusdruckN
in    Ausdruck
```

Programmieren mit Haskell
Programmieren mit Listen

Listen

- Liste = Folge von Elementen
- z.B. `[True,False,False,True,True]` und `[1,2,3,4,5,6]`
- In Haskell sind nur homogene Listen erlaubt:
  Alle Elemente haben den gleichen Typ
- z.B. verboten: `[True,'a',False,2]`

```
Prelude> [True,'a',False,2]

<interactive>:1:6:
  Couldn't match expected type 'Bool' against inferred type 'Char'
  In the expression: 'a'
  In the expression: [True, 'a', False, 2]
  In the definition of 'it': it = [True, 'a', False, ....]
```

Listen: Typ

- Allgemeiner Typ: `[a]`
- Das a bezeichnet den Typ der Elemente
- z.B. Liste von Zeichen: Typ `[Char]` usw.

```
Prelude> :type [True,False]
[True,False] :: [Bool]

Prelude> :type ['A','B']
['A','B'] :: [Char]

Prelude> :type [1,2,3]
[1,2,3] :: (Num t) => [t]
```

Listen: Typ

- Allgemeiner Typ: `[a]`
- Das a bezeichnet den Typ der Elemente
- z.B. Liste von Zeichen: Typ `[Char]` usw.

```
Prelude> :type [True,False]
[True,False] :: [Bool]

Prelude> :type ['A','B']
['A','B'] :: [Char]

Prelude> :type [1,2,3]
[1,2,3] :: (Num t) => [t]
```

Auch möglich:

```
*Main> :type [verdopple, verdoppleGerade, jenachdem]
[verdopple, verdoppleGerade, jenachdem] :: [Integer -> Integer]

*Main> :type [[True,False], [False,True,True], [True,True]]
[[True,False], [False,True,True], [True,True]] :: [[Bool]]
```

Listen erstellen

- Eckige Klammern und Kommata z.B. `[1,2,3]`
- Das ist jedoch nur Syntaktischer Zucker

Listen sind **rekursiv** definiert:

- „Rekursionsanfang“ ist die **leere Liste** `[]` („Nil“)
- „Rekursionsschritt“ mit `:` („Cons“)
  - `x` ein Listenelement
  - `xs` eine Liste (mit $n-1$ Elementen)

  Dann ist `x:xs` Liste mit n Elementen beginnend mit `x` und anschließend folgen die Elemente aus `xs`

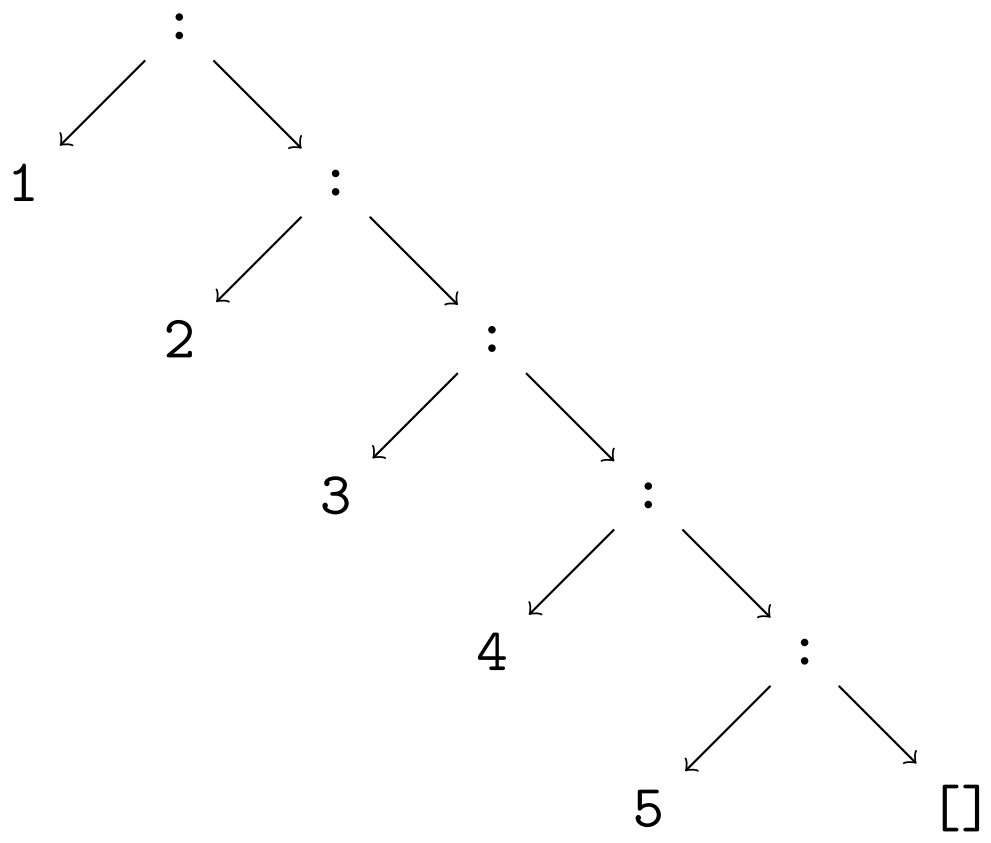
`[1,2,3]` ist in Wahrheit `1:(2:(3:[]))`

Typen:

```
[]  :: [a]
(:) :: a -> [a] -> [a]
```

Interne Darstellung der Listen

```
[1,2,3,4,5] = 1:(2:(3:(4:(5:[]))))
```



Beispiel

Konstruiere die Listen der Zahlen $n, n-1 \ldots, 1$:

```
nbis1 :: Integer -> [Integer]
nbis1 0 = []
nbis1 n = n:(nbis1 (n-1))
```

```
*Main> nbis1 0
[]
*Main> nbis1 1
[1]
*Main> nbis1 10
[10,9,8,7,6,5,4,3,2,1]
*Main> nbis1 100
[100,99,98,97,96,95,94,93,92,91,90,89,88,87,86,85,84,83,82,81,80,79,
 78,77,76,75,74,73,72,71,70,69,68,67,66,65,64,63,62,61,60,59,58,57,
 56,55,54,53,52,51,50,49,48,47,46,45,44,43,42,41,40,39,38,37,36,35,
 34,33,32, 31,30,29,28,27,26,25,24,23,22,21,20,19,18,17,16,15,14,13,
 12,11,10,9,8,7,6,5,4,3,2,1]
```

Listen zerlegen

Vordefiniert:

- `head :: [a] -> a` liefert das erste Element einer nicht-leeren Liste.
- `tail :: [a] -> [a]` liefert die nicht-leere Eingabeliste ohne das erste Element.
- `null :: [a] -> Bool` testet, ob eine Liste leer ist.

```
*> head [1,2]
1
*> tail [1,2,3]
[2,3]
*> head []
*** Exception: Prelude.head: empty list
*> null []
True
*> null [4]
False
```

Beispiel

Funktion, die das letzte Element einer Liste liefert.

```
letztesElement :: [a] -> a
letztesElement xs = if null xs then
                       error "Liste ist leer"
                    else
                      if null (tail xs) then head xs
                      else letztesElement (tail xs)
```

```
Main> letztesElement [True,False,True]
True
*Main> letztesElement [1,2,3]
3
*Main> letztesElement (nbis1 1000)
1
*Main> letztesElement [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]]
[7,8,9]
```

Listen zerlegen mit Pattern

In

$$f\ par_1\ \ldots\ par_n = rumpf$$

dürfen par_i auch sog. Pattern sein.

Z.B.

```
eigenesHead []     = error "empty list"
eigenesHead (x:xs) = x
```

Auswertung von `eigenesHead (1:(2:[]))`

- Das erste Pattern das zu `(1:(2:[]))` passt („matcht“) wird genommen
- Dies ist `(x:xs)`. Nun wird anhand des Patterns zerlegt:

  `x` = `1`

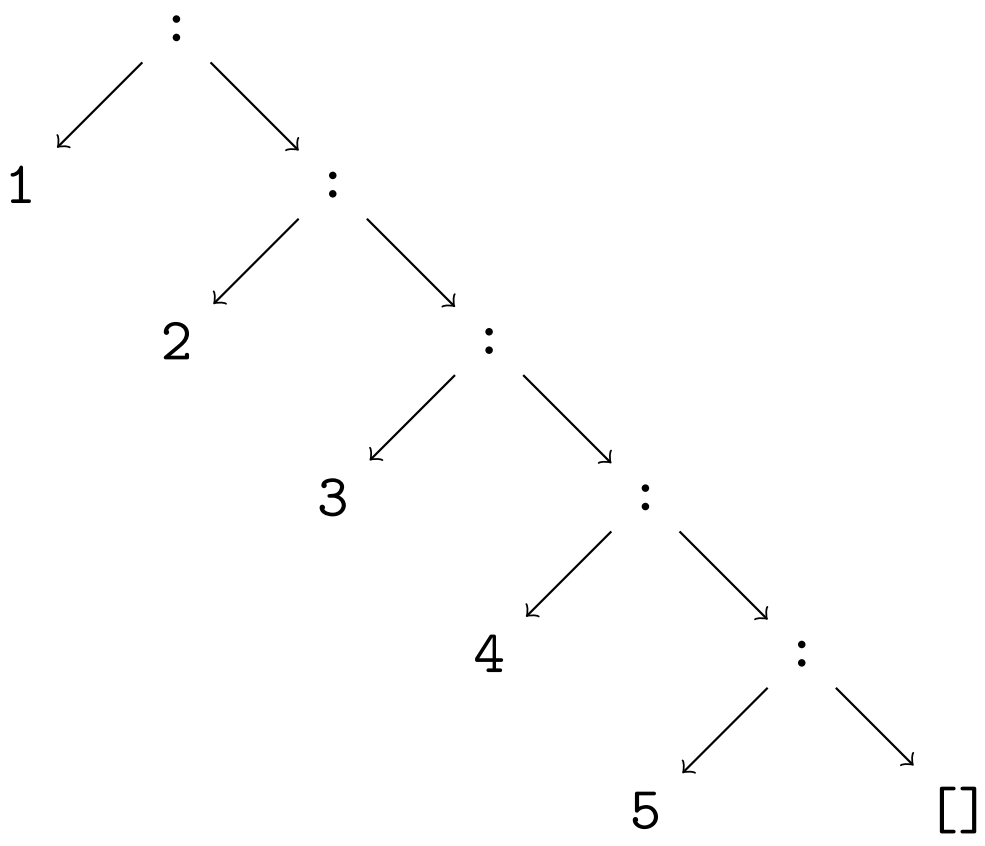
  `xs` = `(2:[])`

Pattern-Matching

Pattern []

[]

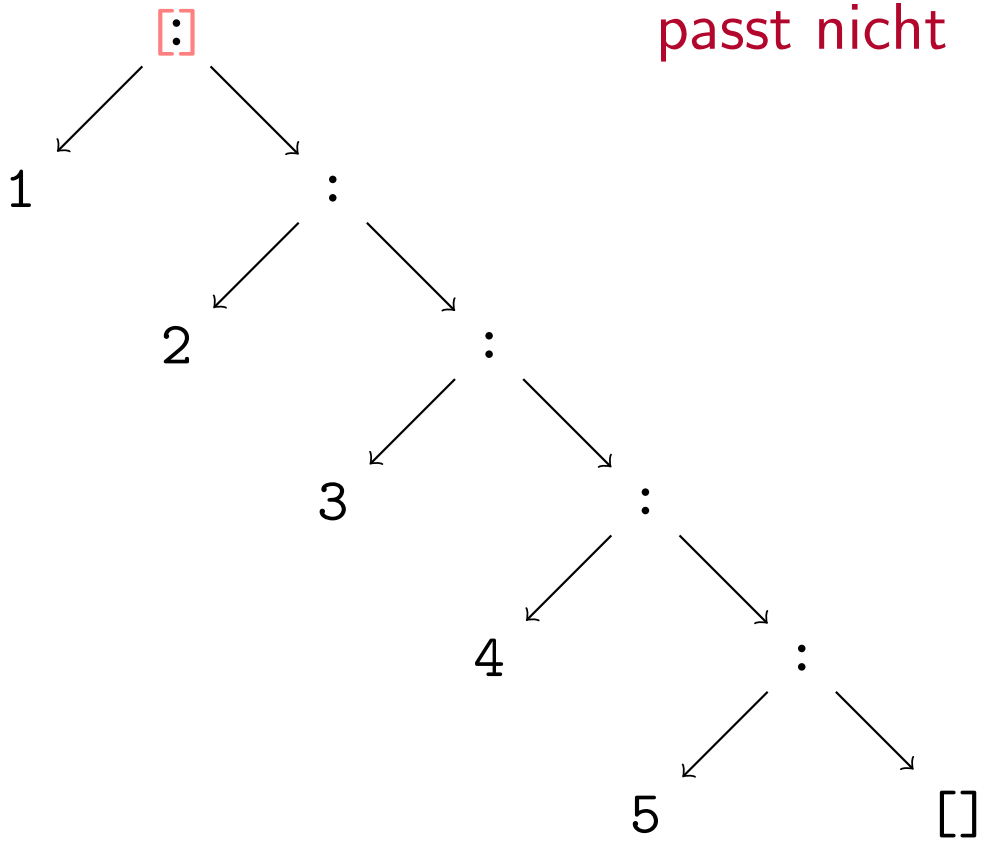
Liste



Pattern-Matching

Pattern []

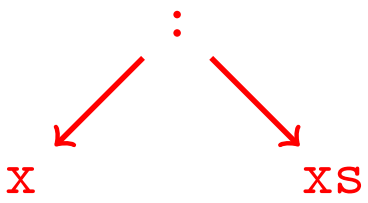
Liste



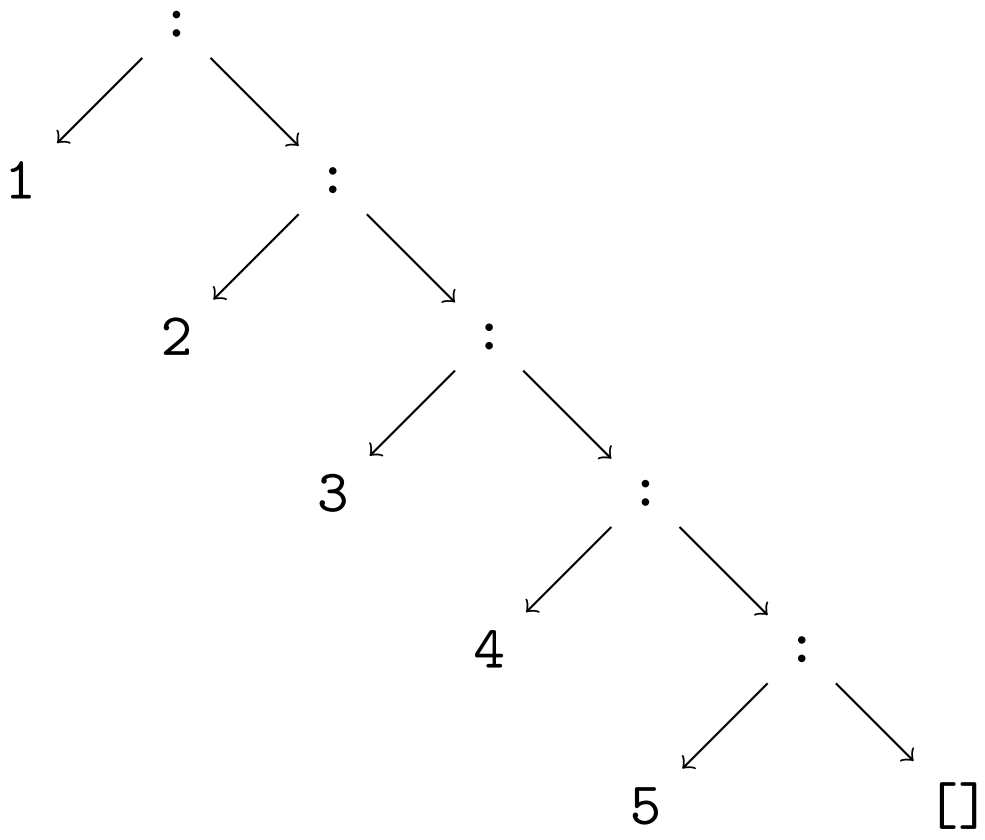
passt nicht

Pattern-Matching

Pattern `x:xs`



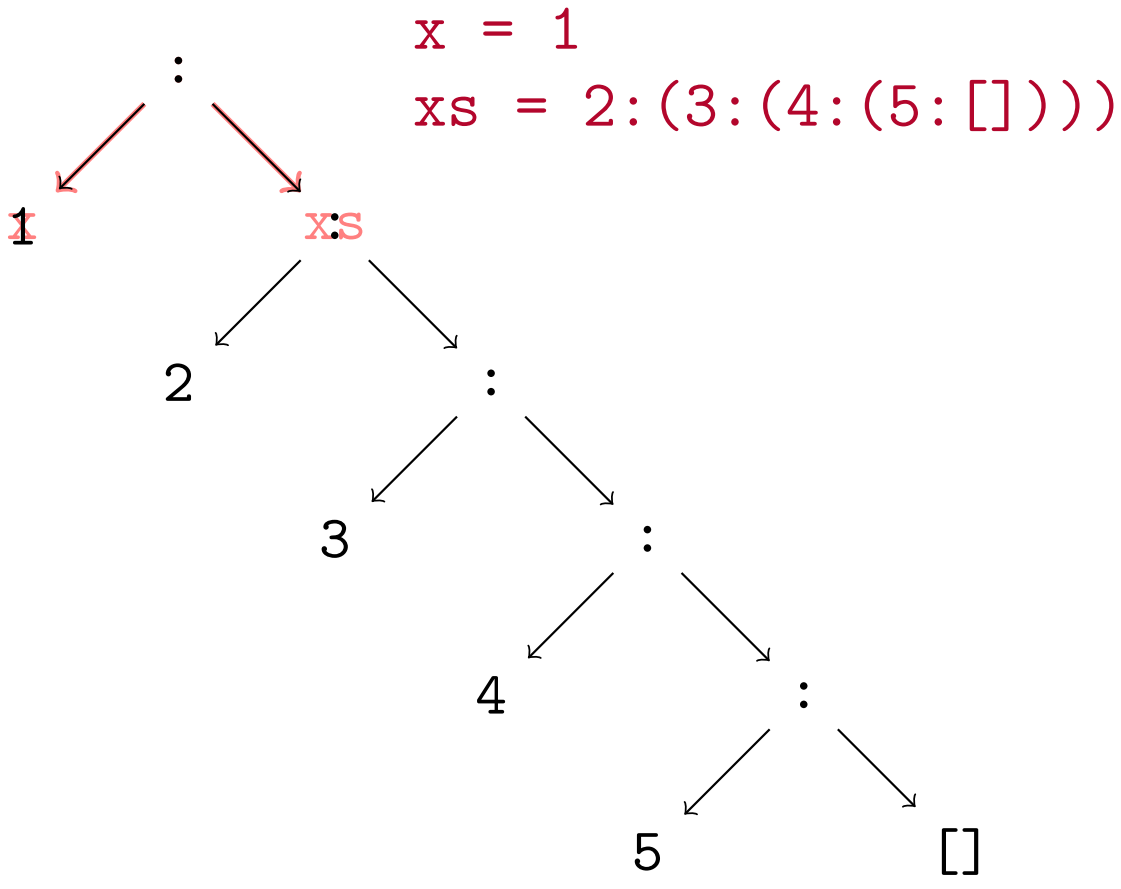
Liste



Pattern-Matching

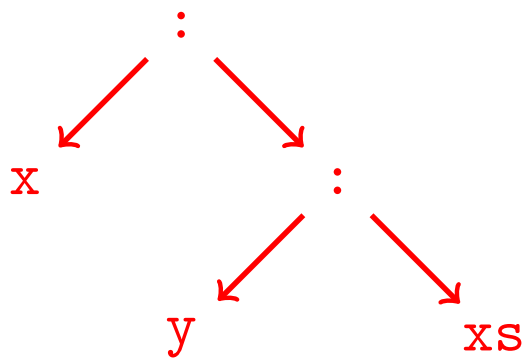
Pattern `x:xs`

Liste

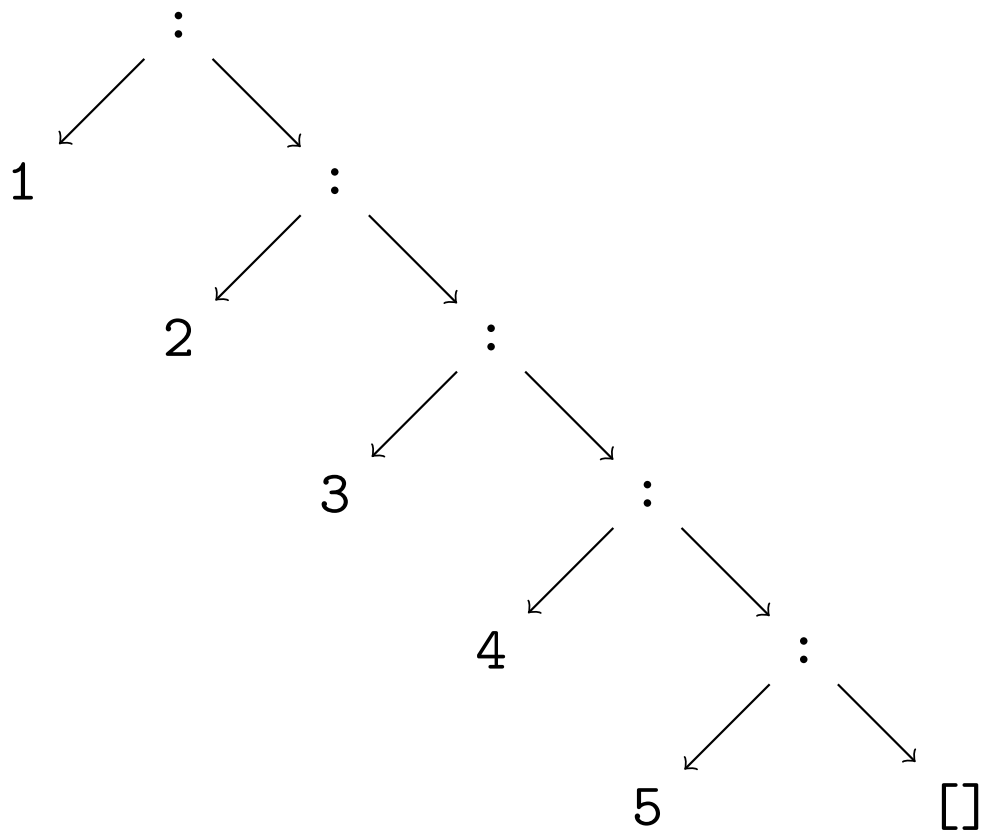


Pattern-Matching

Pattern `x:(y:xs)`



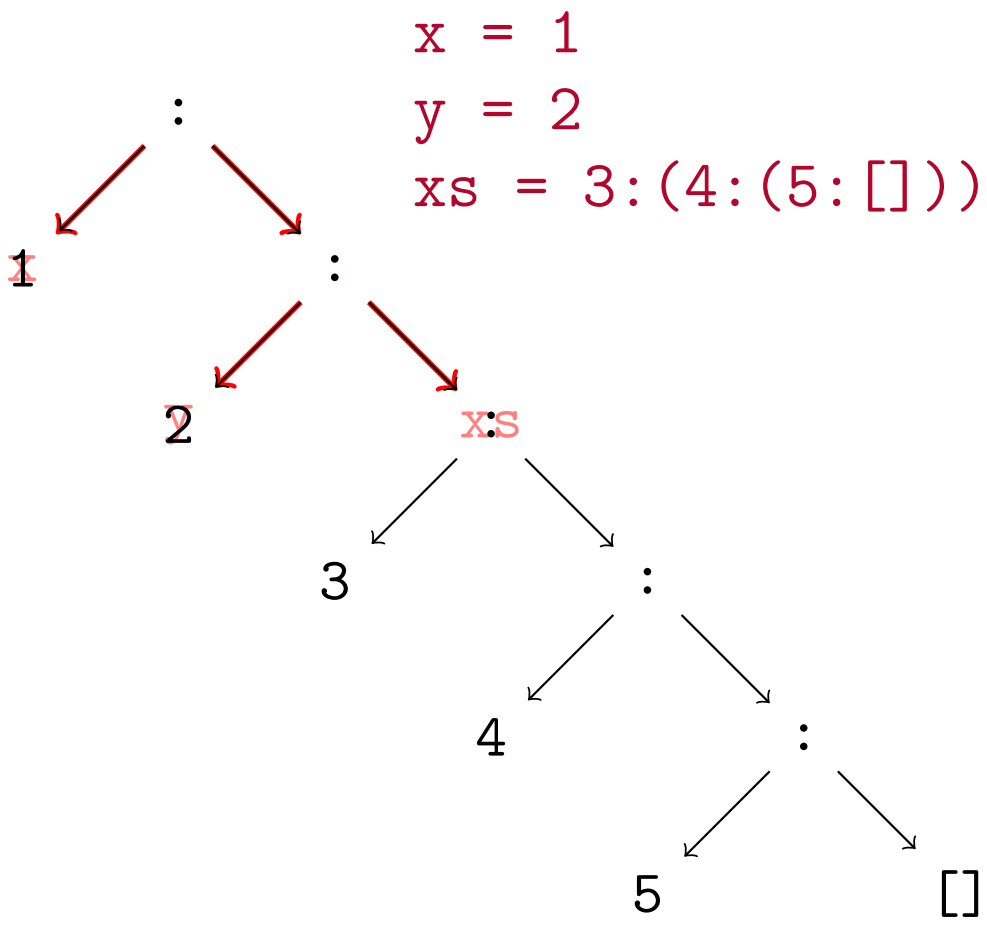
Liste



Pattern-Matching

Pattern `x:(y:xs)`

Liste



Beispiele: Pattern-Match

```
eigenesNull []     = True
eigenesNull (x:xs) = False

-- alternativ:
eigenesNull2 []    = True
eigenesNull2 xs    = False -- matcht immer!

-- falsch!:
falschesNull xs    = False
falschesNull []    = True
```

```
 Warning: Pattern match(es) are overlapped
          In the definition of ‘falschesNull’: falschesNull [] = ...
*Main> falschesNull [1]
False
*Main> falschesNull []
False
*Main> eigenesNull []
True
```

Letztes Element mit Pattern:

```
letztesElement2 []     = error "leere Liste"
letztesElement2 (x:[]) = x
letztesElement2 (x:xs) = letztesElement2 xs
```

`(x:[])` passt nur für einelementige Listen!

Vordefinierte Listenfunktionen (Auswahl)

- `length :: [a] -> Int` berechnet die Länge einer Liste.
- `take :: Int -> [a] -> [a]` erwartet eine Zahl *k* und eine Liste *xs* und liefert die Liste der ersten *k* Elemente von *xs*.
- `drop :: Int -> [a] -> [a]` erwartet eine Zahl *k* und eine Liste *xs* und liefert *xs* ohne die der ersten *k* Elemente.
- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` „append“: hängt zwei Listen aneinander, kann infix in der Form `xs ++ ys` verwendet werden.
- `concat :: [[a]] -> [a]` glättet eine Liste von Listen. Z.B. `concat [xs,ys]` ist gleich zu `xs ++ ys`.
- `reverse :: [a] -> [a]` dreht die Reihenfolge der Elemente einer Liste um.

Nochmal Strings

"Hallo Welt" ist nur syntaktischer Zucker für

```
['H','a','l','l','o',' ','W','e','l','t']
```

bzw.

```
'H':('a':('l':('l':('o':(' '(:'(W':('e':(l':('t':[]))))))))))
```

```
*Main> head "Hallo Welt"
'H'
*Main> tail "Hallo Welt"
"allo Welt"
*Main> null "Hallo Welt"
False
*Main> null ""
True
*Main> letztesElement "Hallo Welt"
't'
```

Funktionen auf Strings

- `words :: String -> [String]`: Zerlegt eine Zeichenkette in eine *Liste von Worten*
- `unwords :: [String] -> String`: Macht aus einer Liste von Worten einen einzelnen String.
- `lines :: String -> [String]`: Zerlegt eine Zeichenkette in eine *Liste von Zeilen*

Z.B.

```
anzahlWorte :: String -> Int
anzahlWorte text = length (words text)
```

Paare und Tupel

- Paare in Haskell: `(e1,e2)` z.B. `(1,'A')`
- Die Typen der Komponenten dürfen verschieden sein.

```
Main> :type ("Hallo",True)
("Hallo",True) :: ([Char], Bool)
Main> :type ([1,2,3],'A')
([1,2,3],False) :: (Num t) => ([t], Char)
*Main> :type (letztesElement, "Hallo" ++ "Welt")
(letztesElement, "Hallo" ++ "Welt") :: ([a] -> a, [Char])
```

Paare und Tupel (2)

Zugriffsfunktionen:

- `fst :: (a,b) -> a` liefert das linke Element eines Paares.
- `snd :: (a,b) -> b` liefert das rechte Element eines Paares.

```
*Main> fst (1,'A')
1
*Main> snd (1,'A')
'A'
*Main>
```

Pattern-Matching auf Paaren

```
eigenesFst (x,y) = x
eigenesSnd (x,y) = y
paarSumme  (x,y) = x+y
```

Tupel

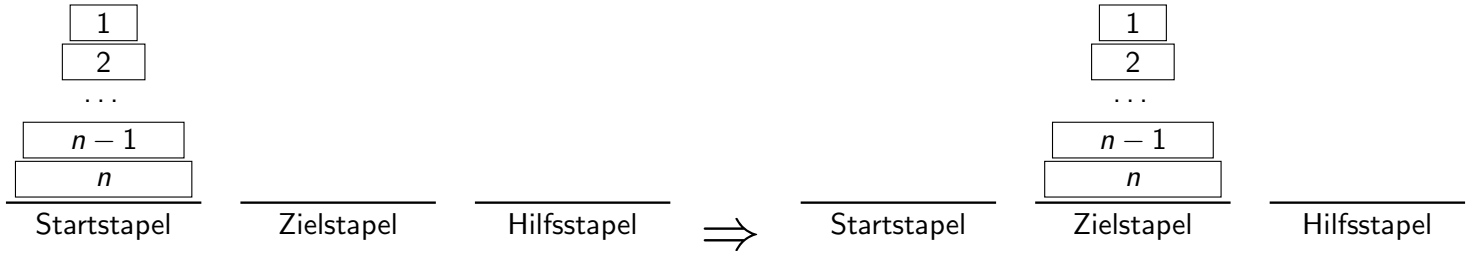
Wie Paare, aber mit mehr Komponenten.

```
*Main> :set +t
*Main> ('A',True,'B')
('A',True,'B')
it :: (Char, Bool, Char)
*Main> ([1,2,3],(True,'A',False,'B'),'B')
([1,2,3],(True,'A',False,'B'),'B')
it :: ([Integer], (Bool, Char, Bool, Char), Char)
```

Auch hier kann man Pattern verwenden:

```
erstes_aus_vier_tupel (w,x,y,z) = w
-- usw.
viertes_aus_vier_tupel (w,x,y,z) = z
```

Türme von Hanoi in Haskell



Pseudo-Algorithmus:

verschiebe(n,start,ziel,hilf)

1. Wenn $n > 1$, dann verschiebe(n-1,start,hilf,ziel)
2. Schiebe Scheibe n von start auf ziel
3. Wenn $n > 1$, dann verschiebe(n-1,hilf,ziel,start)

Modellierung in Haskell

- Stapel sind durchnummeriert
  (am Anfang start $= 1$, ziel $= 2$, hilf $= 3$)
- Funktion `hanoi` erhält
  - Zahl n = Höhe des Stapels der verschoben werden soll
  - die drei Stapel
- Ausgabe: Liste von Zügen.
  Ein Zug ist ein Paar (x, y)
  = Schiebe oberste Scheibe vom Stapel x auf Stapel y

Die Funktion hanoi

```
-- Basisfall: 1 Scheibe verschieben
hanoi 1 start ziel hilf = [(start,ziel)]

-- Allgemeiner Fall:
hanoi n start ziel hilf =
    -- Schiebe den Turm der Hoehe n-1 von start zu hilf:
    (hanoi (n-1) start hilf ziel)     ++
    -- Schiebe n. Scheibe von start auf ziel:
    [(start,ziel)]                    ++
    -- Schiebe Turm der Hoehe n-1 von hilf auf ziel:
    (hanoi (n-1) hilf ziel start)
```

Starten mit

```
start_hanoi n = hanoi n 1 2 3
```

Ein Beispiel

```
*Main> start_hanoi 4
[(1,3),(1,2),(3,2),(1,3),(2,1),(2,3),(1,3),(1,2),
 (3,2),(3,1),(2,1),(3,2),(1,3),(1,2),(3,2)]
```