

# Matrix: Koeffiziententabelle für Gleichungssysteme

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten angeordnet sind.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 2.5 & -2 & 9 \\ \pi & 0 & 17 & 4 \end{pmatrix}$$

ist eine Matrix in  $\mathbb{R}^{3 \times 4}$  also eine Matrix mit  $\textcircled{3}$  Zeilen und  $\textcircled{4}$  Spalten.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 9 & 3 & 5 & \\ 0 & 0 & 1 & \end{pmatrix}$$

Plätze in einer Matrix dürfen nicht frei bleiben.

# Matrix: Koeffiziententabelle für Gleichungssysteme

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten angeordnet sind.

Matrizen bewahren die Koeffizienten von linearen Gleichungssystemen auf:

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -8 \\ 0 & -2 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{array}{rcl} 4x & +6y & -8z = 0 \\ 0x & -2y & -8z = 0 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -8 \\ 0 & -2 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x & +6y & -8z \\ 0x & -2y & -8z \end{pmatrix}$$

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} \boxed{A_{11}} & \boxed{A_{12}} & \cdots & \boxed{A_{1n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{v_1} \\ \boxed{v_2} \\ \vdots \\ \boxed{v_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{A_{11} \cdot v_1} + \boxed{A_{12} \cdot v_2} + \cdots + \boxed{A_{1n} \cdot v_n} \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

The diagram illustrates the matrix-vector multiplication process. On the left, a matrix is shown with its columns labeled  $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}$  in the first row and  $A_{m1}, A_{m2}, \dots, A_{mn}$  in the last row. A green circle containing the number  $n$  is positioned below the first row, with a horizontal line extending from it to the right, indicating the number of columns. To the right of the matrix is a vector with elements  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . A green circle containing the number  $n$  is positioned to the left of the vector, with a vertical line extending from it upwards, indicating the number of rows. An equals sign follows, leading to the resulting vector. Each element of the resulting vector is a sum of products: the first element is  $A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \dots + A_{1n} \cdot v_n$ , the second is  $A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \dots + A_{2n} \cdot v_n$ , and the last is  $A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \dots + A_{mn} \cdot v_n$ . The terms in the first row of the result are highlighted with colored boxes matching the corresponding terms in the matrix and vector.

- Die **Breite der Matrix** muss zu der **Höhe des Vektors** passen!

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

- Die **Breite der Matrix** muss zu der **Höhe des Vektors** passen!
- Für jede Zeile der Matrix wird eine Summe berechnet, das Verfahren nennt sich "Zeile-mal-Spalte".

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

- Die **Breite der Matrix** muss zu der **Höhe des Vektors** passen!
- Für jede Zeile der Matrix wird eine Summe berechnet, das Verfahren nennt sich "Zeile-mal-Spalte".

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

- Die **Breite der Matrix** muss zu der **Höhe des Vektors** passen!
- Für jede Zeile der Matrix wird eine Summe berechnet, das Verfahren nennt sich "Zeile-mal-Spalte".

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  **Zeilen** und  $n$  **Spalten** angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

- Die **Breite der Matrix** muss zu der **Höhe des Vektors** passen!
- Für jede Zeile der Matrix wird eine Summe berechnet, das Verfahren nennt sich "Zeile-mal-Spalte".

## Def: Matrix

Eine *Matrix*  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist eine rechteckige Tabelle aus  $m$  mal  $n$  Zahlen, die in  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten angeordnet sind.

## Def: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n \\ A_{21} \cdot v_1 + A_{22} \cdot v_2 + \cdots + A_{2n} \cdot v_n \\ \vdots \\ A_{m1} \cdot v_1 + A_{m2} \cdot v_2 + \cdots + A_{mn} \cdot v_n \end{pmatrix}$$

The diagram illustrates the matrix-vector multiplication process. On the left, a matrix  $A$  of size  $m \times n$  is shown with its first row elements  $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}$  highlighted in blue, pink, and red respectively. A vertical red bracket on the left side of the matrix is labeled with a circled 'm', indicating the number of rows. In the middle, a column vector  $v$  of size  $n \times 1$  is shown with its elements  $v_1, v_2, \dots, v_n$  highlighted in blue, pink, and red respectively. A vertical red bracket on the left side of the vector is labeled with a circled 'm', indicating the number of rows in the resulting vector. On the right, the resulting vector is shown with its elements calculated as the dot product of each row of the matrix with the vector  $v$ . The first row's calculation is  $A_{11} \cdot v_1 + A_{12} \cdot v_2 + \cdots + A_{1n} \cdot v_n$ , with  $A_{11} \cdot v_1$  in blue,  $A_{12} \cdot v_2$  in pink, and  $A_{1n} \cdot v_n$  in red. The other rows follow a similar pattern.

- Die **Breite der Matrix** muss zu der **Höhe des Vektors** passen!
- Für jede Zeile der Matrix wird eine Summe berechnet, das Verfahren nennt sich "Zeile-mal-Spalte".
- Heraus kommt ein Vektor mit der Höhe der Matrix.

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 & + 0 \cdot 2 & + 5 \cdot 3 \end{pmatrix}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \\ \phantom{7 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 5 \cdot 3} \end{pmatrix}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 3 \end{pmatrix}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 & + 0 \cdot 2 & + 5 \cdot 3 \\ 4 \cdot 1 & + 2 \cdot 2 & + 0 \cdot 3 \end{pmatrix}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 & + 0 \cdot 2 & + 5 \cdot 3 \\ 4 \cdot 1 & + 2 \cdot 2 & + 0 \cdot 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & + 0 & + 15 \\ 4 & + 4 & + 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 22 \\ 8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ein Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 & + 0 \cdot 2 & + 5 \cdot 3 \\ 4 \cdot 1 & + 2 \cdot 2 & + 0 \cdot 3 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot 1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 2 + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 3$$

# Geometrische Anschauung der Matrix-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \cdot y$$

# Geometrische Anschauung der Matrix-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$
$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \cdot y$$

# Geometrische Anschauung der Matrix-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot y$$

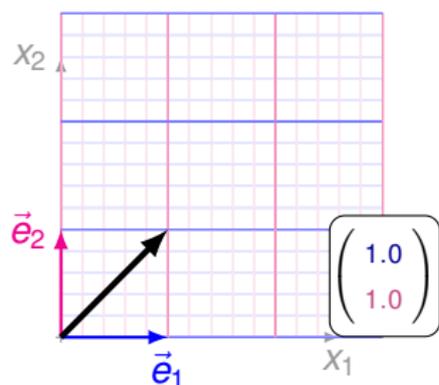
The image illustrates the distributive property of matrix multiplication. It shows two equations. The first equation shows a 2x1 column vector  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  being equal to the sum of two 2x1 column vectors:  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x$  and  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$ . The second equation shows a 2x2 matrix  $\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$  multiplied by the same 2x1 column vector  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  being equal to the sum of two 2x1 column vectors:  $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot x$  and  $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot y$ . The numbers in the matrices and vectors are color-coded: blue for the first column and red for the second column.

# Geometrische Anschauung der Matrix-Multiplikation

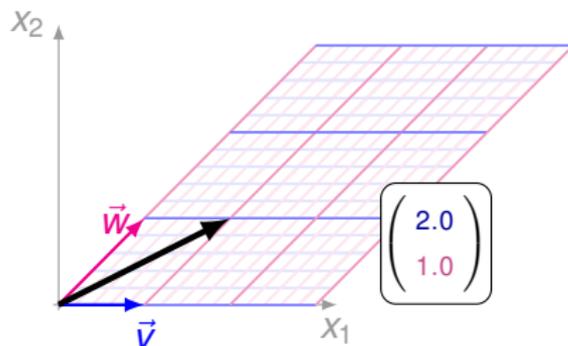
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



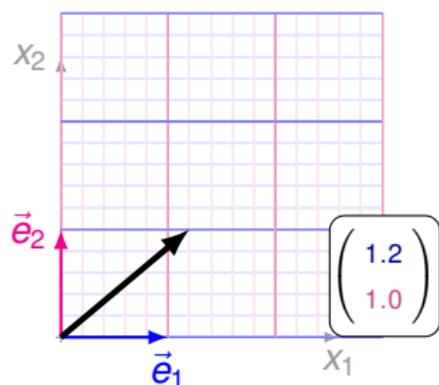
$$A \cdot \vec{x} = 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



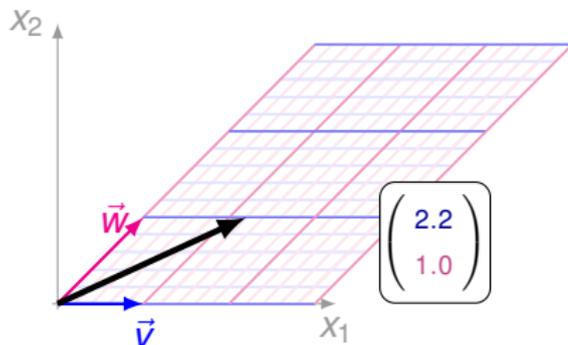
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 1.2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 1.2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

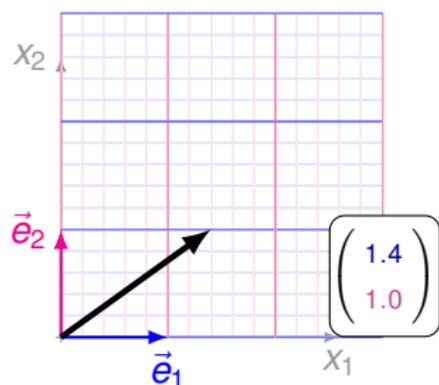


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

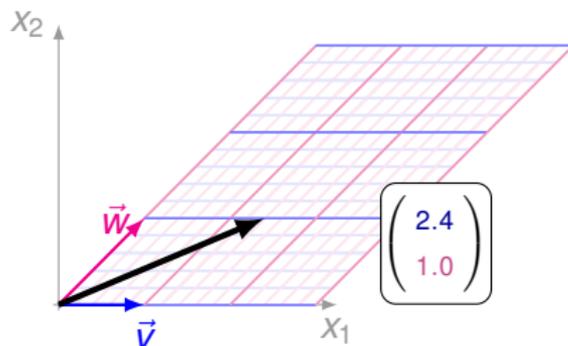
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 1.4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



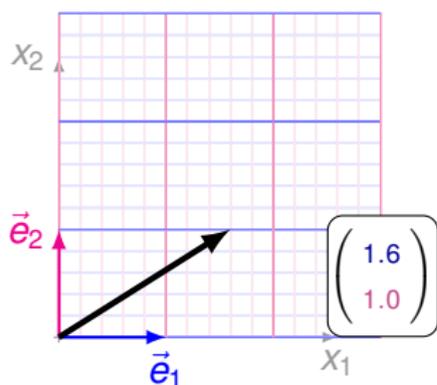
$$A \cdot \vec{x} = 1.4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



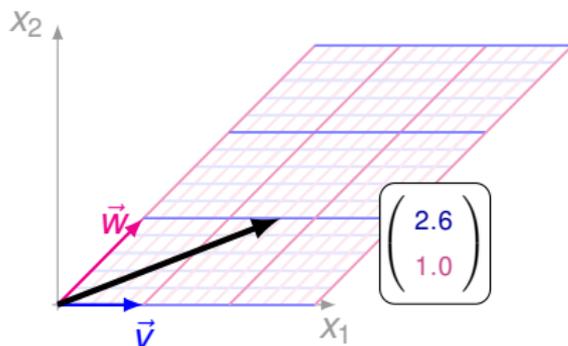
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 1.6 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



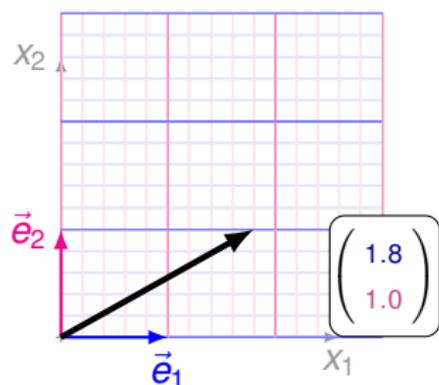
$$A \cdot \vec{x} = 1.6 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



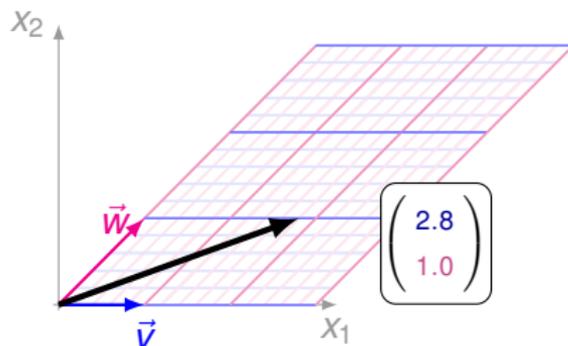
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 1.8 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



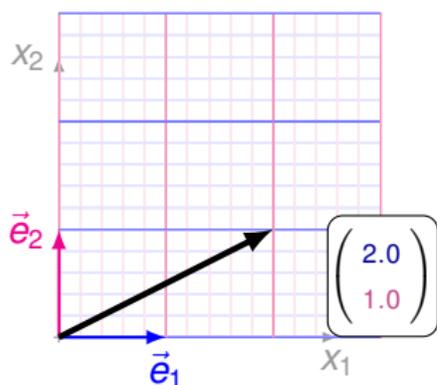
$$A \cdot \vec{x} = 1.8 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



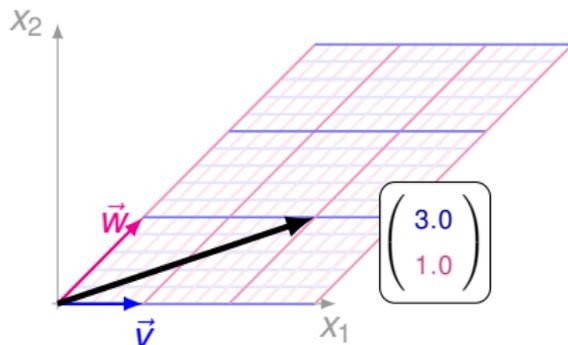
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

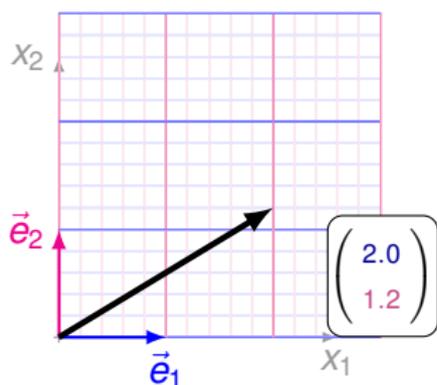


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

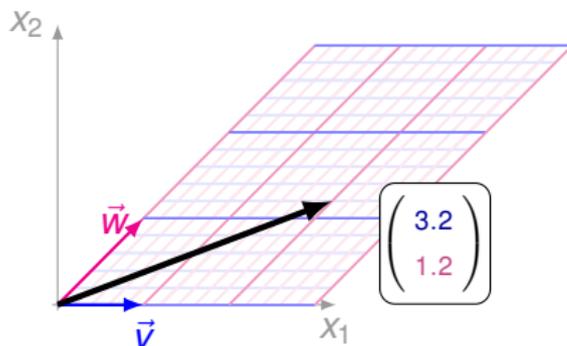
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

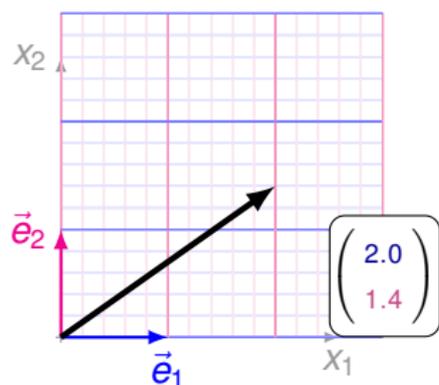


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

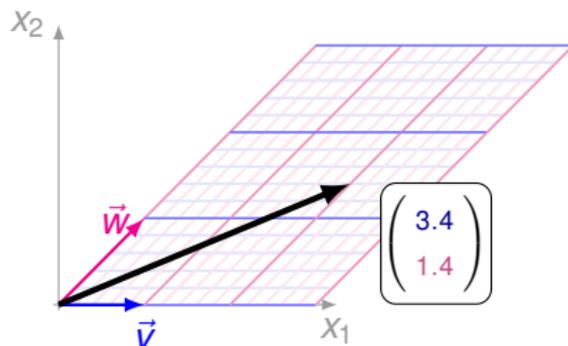
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.4 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



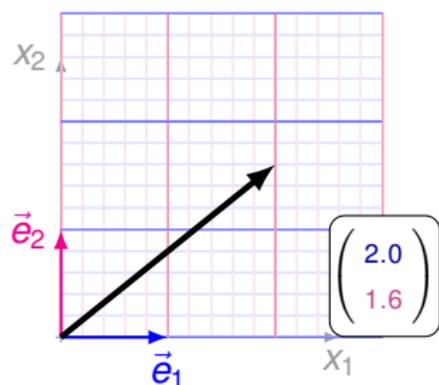
$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



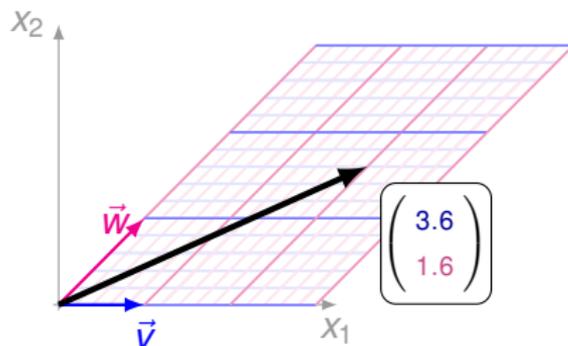
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.6 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



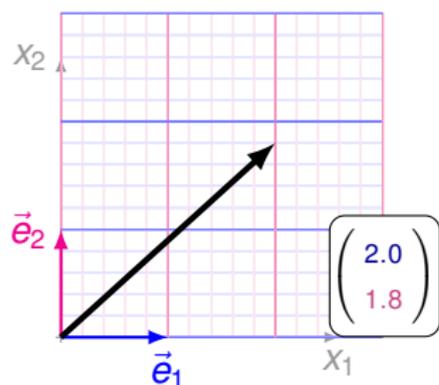
$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.6 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



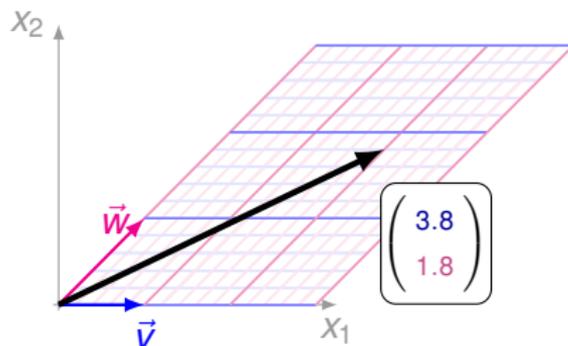
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.8 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



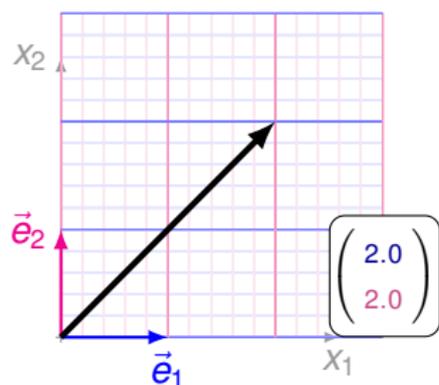
$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1.8 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



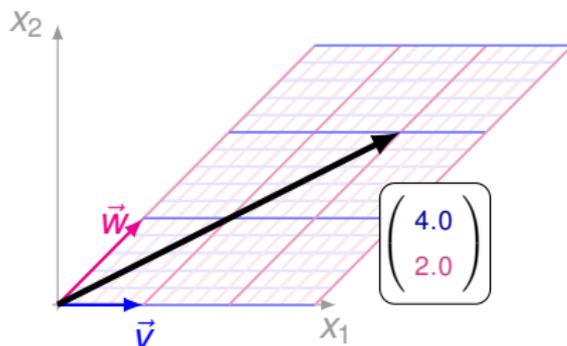
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

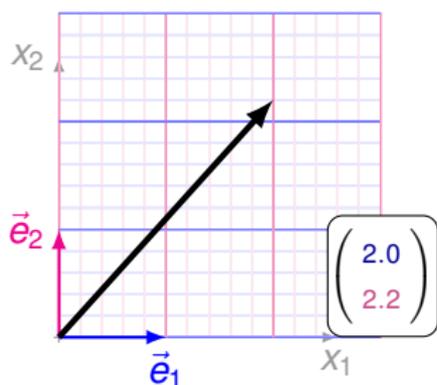


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

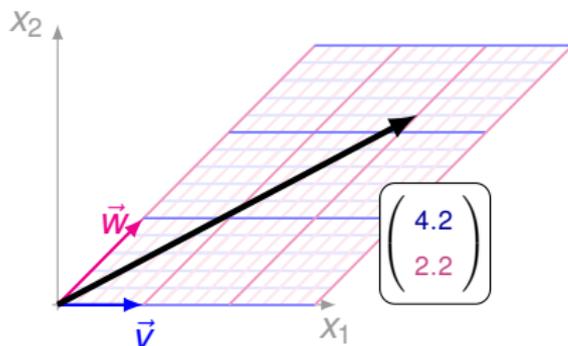
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

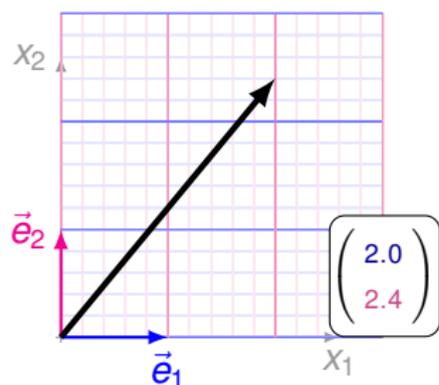


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

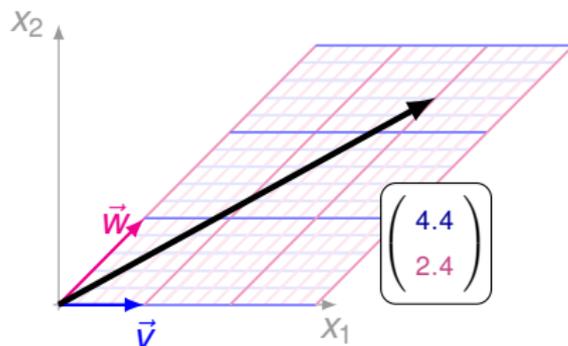
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.4 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



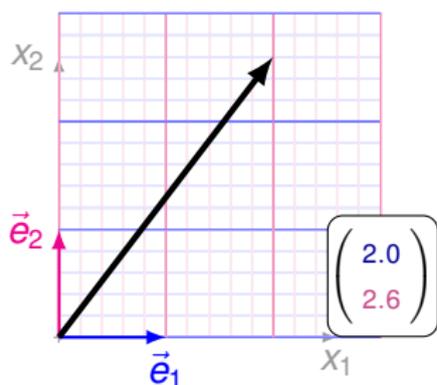
$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



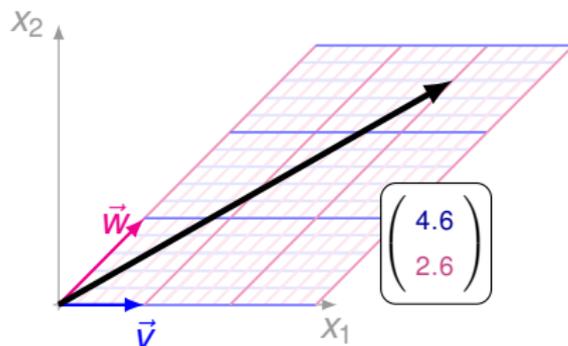
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.6 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.6 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

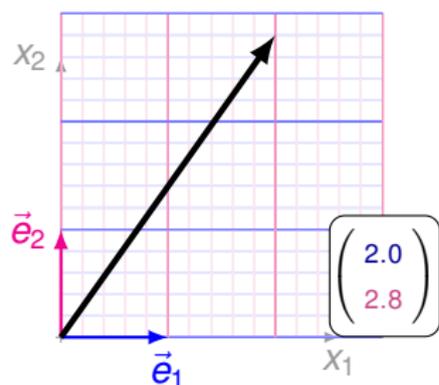


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

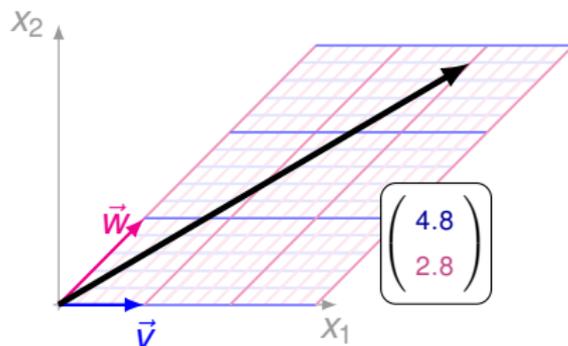
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.8 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



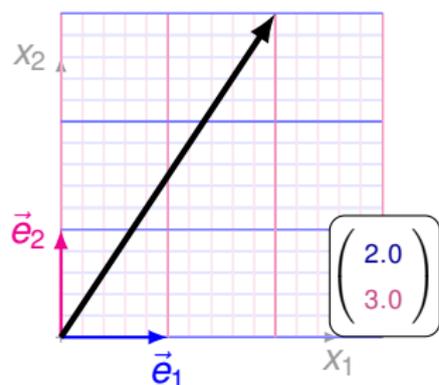
$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2.8 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



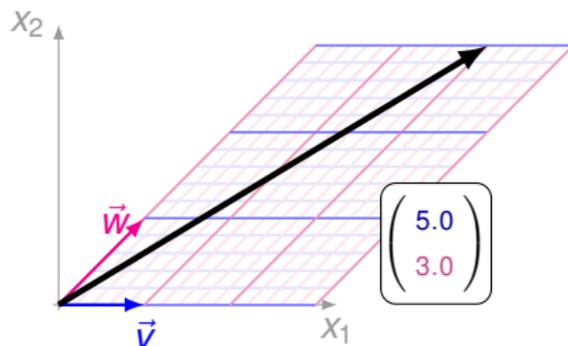
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$

# Verhalten der Matrix-Multiplikation

$$\vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3.0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$A \cdot \vec{x} = 2.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3.0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot y$$