



## Tag 3b - Induktion und Rekursion

### Aufgabe 1: Vollständige Induktion

Beweise die folgenden Aussagen durch vollständig Induktion.

- Für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 5$  gilt:  $2^n > n^2$ .
- Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:  $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$ .

### Aufgabe 2: Vollständige Induktion als Beweistechnik

Beweise durch vollständige Induktion:

Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  ist  $n! \leq n^n$ .

### Aufgabe 3: Papierstreifen

Wie viele Faltkanten entstehen, wenn man einen Papierstreifen  $n$ -mal immer wieder in der Mitte faltet? Beweise, dass deine Lösung korrekt ist.

### Aufgabe 4: Induktive Argumentation

Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Beweise durch induktive Argumentation folgende Aussage:  
 $n$  Elemente lassen sich auf  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$  Arten anordnen.

### Aufgabe 5: Rekursiv definierte Funktionen

Schauen Sie sich im Skript S. 76 die Haskell-Funktion `erste_rekursive_Funktion` an.

- formuliere für diese Funktion eine rekursive Funktionsgleichung  $f(n)$  für  $n \in \mathbb{N}_0$  wie z.B. die Fakultätsfunktion im Skript S. 33.
- Beweise, dass die aufgestellte Funktion  $f(n)$  tatsächlich  $\sum_{i=0}^n i$  berechnet. (S. 24 im Skript könnte helfen.)

Viel Erfolg!