



Tag 3b - Induktion und Rekursion

Aufgabe 1: Vollständige Induktion

Beweise die folgenden Aussagen durch vollständig Induktion.

- Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 5$ gilt: $2^n > n^2$.
- Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$.

Aufgabe 2: Vollständige Induktion als Beweistechnik

Beweise durch vollständige Induktion:

Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ ist $n! \leq n^n$.

Aufgabe 3: Papierstreifen

Wie viele Faltkanten entstehen, wenn man einen Papierstreifen n -mal immer wieder in der Mitte faltet? Beweise, dass deine Lösung korrekt ist.

Aufgabe 4: Induktive Argumentation

Sei $n \in \mathbb{N}$. Beweise durch induktive Argumentation folgende Aussage:
 n Elemente lassen sich auf $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ Arten anordnen.

Aufgabe 5: Rekursiv definierte Funktionen

Schauen Sie sich im Skript S. 76 die Haskell-Funktion `erste_rekursive_Funktion` an.

- formuliere für diese Funktion eine rekursive Funktionsgleichung $f(n)$ für $n \in \mathbb{N}_0$ wie z.B. die Fakultätsfunktion im Skript S. 33.
- Beweise, dass die aufgestellte Funktion $f(n)$ tatsächlich $\sum_{i=0}^n i$ berechnet. (S. 24 im Skript könnte helfen.)

Viel Erfolg!