



Tag 5b - Induktion und Rekursion

Aufgabe 1: Vollständige Induktion

Beweise die folgenden Aussagen durch vollständig Induktion.

- Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 5$ gilt: $2^n > n^2$.
- Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$.

Aufgabe 2: Vollständige Induktion als Beweistechnik

Beweise durch vollständige Induktion:

Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ ist $n! \leq n^n$.

Aufgabe 3: Papierstreifen

Wie viele Faltkanten entstehen, wenn man einen Papierstreifen n -mal immer wieder in der Mitte faltet? Beweise, dass deine Lösung korrekt ist.

Bemerkung: Mit "immer wieder in der Mitte" falten ist gemeint, dass das Blatt zwischendrin nicht gedreht wird. Wenn die erste Faltung parallel zu der kurzen Blattseite verläuft, so laufen alle anderen Faltungen ebenfalls parallel dazu. Die Faltungen kreuzen sich nicht!

Aufgabe 4: Induktive Argumentation

Sei $n \in \mathbb{N}$. Beweise durch induktive Argumentation folgende Aussage:
 n Elemente lassen sich auf $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ Arten anordnen.

Aufgabe 5: Rekursiv definierte Funktionen

Schau dir im Skript S. 40 die Haskell-Funktion `erste_rekursive_funktion` an.

- formuliere für diese Funktion eine rekursive Funktionsgleichung $f(n)$ für $n \in \mathbb{N}_0$ wie z.B. die Fakultätsfunktion im Skript S. 72.
- Beweise, dass die aufgestellte Funktion $f(n)$ tatsächlich $\sum_{i=0}^n i$ berechnet. (S. 72 im Skript könnte helfen.)