

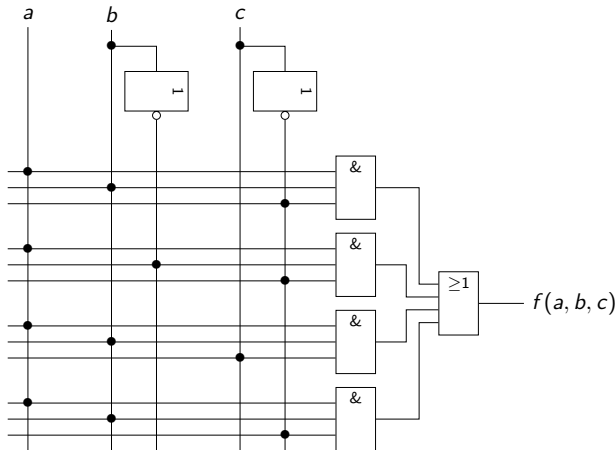
Digitaltechnik

Vorsemesterkurs
Sommersemester 2021
Ronja Düffel

26. März 2021

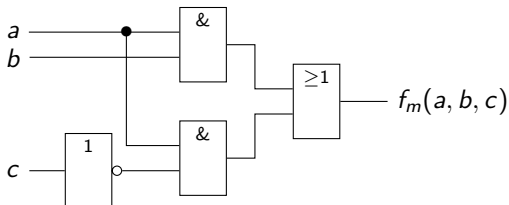
Minimierung von Schaltfunktionen

$$f(a, b, c) = (a \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c})$$



Minimierung von Schaltfunktionen

$$\begin{aligned}
 f(a, b, c) &= (a \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c}) \\
 &= (a \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge b) = f_m(a, b, c)
 \end{aligned}$$



7 Gatter für $f(a, b, c)$ vs 4 Gatter für minimierte $f_m(a, b, c)$

Minimierung, Grundlagen

- Resolutionsregeln:
 - $(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) = a$
 - $(a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) = a$

Beweis:

$$\begin{aligned}(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) &= a \wedge (b \vee \bar{b}) && \text{Distributivgesetz} \\ &= a \wedge 1 \\ &= a && \text{Reduktionsgesetz}\end{aligned}$$

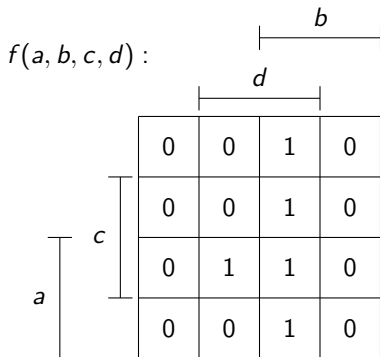
Merksatz: Unterscheiden sich UND- und ODER-Terme nur in der Negation einer einzigen Variablen, können sie zu einem Term verschmolzen werden, bei dem diese Variable weggelassen wird.

Beispiel

$$f(a, b, c, d) = (\bar{a}bcd) \vee (abcd) \vee (ab\bar{c}d) \vee (\bar{a}bcd) \vee (\bar{a}b\bar{c}d)$$

Minimierung mit KV-Diagrammen

$$f(a, b, c, d) = (\bar{a}\bar{b}cd) \vee (abcd) \vee (ab\bar{c}d) \vee (\bar{a}bcd) \vee (\bar{a}b\bar{c}d)$$



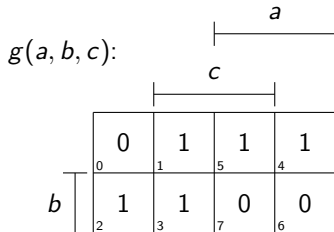
Implikant und Primimplikant

Definition (Implikant)

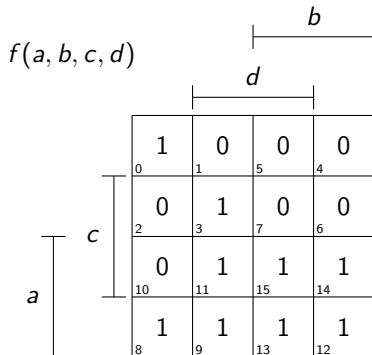
Ein Konjunktionsterm (\wedge) m einer Bool'schen Funktion f heißt Implikant, wenn er Teil der Funktion f ist. D.h. wenn $m(a, b, \dots) = 1$, dann $f(a, b, \dots) = 1$.

Kleinsten Implikant einer Funktion f ist ein Minterm, der in der KDNF vorkommt (1-Feld im KV-Diagramm).

Ein Implikant m von f heißt Primimplikant, wenn er nicht weiter verkürzt werden kann (maximaler Block von 1-en im KV-Diagramm).



Noch ein Beispiel



Primimplikanten

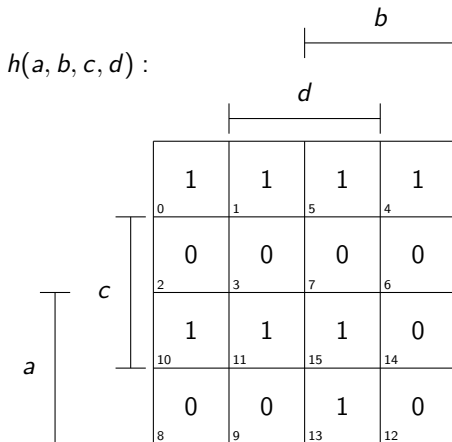
Kernprimimplikant: Primimplikant, der eine 1 enthält, die von keinem anderen Primimplikanten überdeckt wird.

absolut eliminierbarer Primimplikant: Primimplikant, der komplett durch Kernprimimplikanten abgedeckt wird.

relativ eliminierbarer Primimplikant: Primimplikanten, die weder Kern- noch absolut eliminierbare Primimplikanten sind.

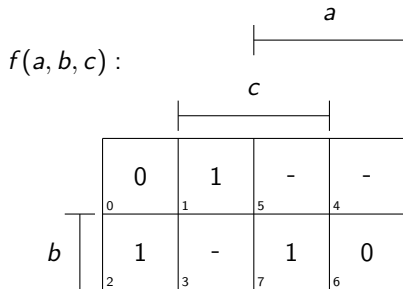
Minimale DNF aus KV-Diagramm

- 1 Primimplikanten bestimmen
- 2 Minimale Überdeckung der 1-en suchen



Unvollständig definierte Funktionen

- don't care, gekennzeichnet durch d oder $-$
- kann, aber muss nicht abgedeckt werden



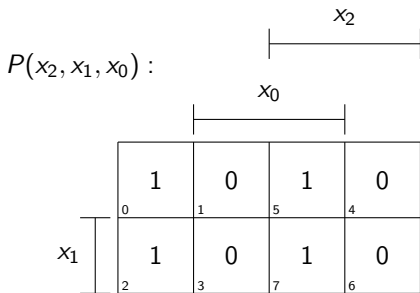
Schaltungsentwurf

- 1 Problemanalyse und Aufstellung einer Wahrheitstabelle
- 2 Minimierung der Funktion
- 3 Implementierung der Schaltung

Beispiel

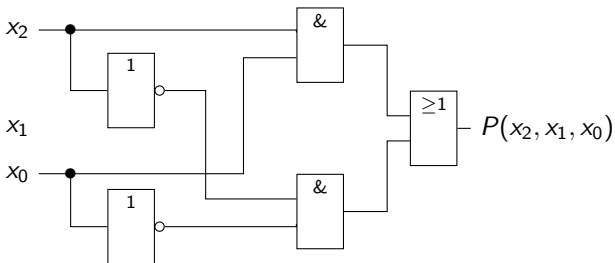
Ziel: Schaltung $P(x_2, x_1, x_0) = 1$ genau dann, wenn die Eingangsbelegung ein Palindrom ist.

x_2	x_1	x_0	$P(x_2, x_1, x_0)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



Schaltung: Palindrom

$$P(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2} \overline{x_0} \vee x_2 x_0$$



Fragen?

?