



# Übungszettel 1b - Aussagenlogik und Mengen

## Aufgabe 1: Logische Negation

Gib zu den folgenden Aussagen jeweils die Gegenaussage (Negation) an. Tipp: überlege dir zuerst, welche Aussagenteile „immer“ (d.h. „für alle“), und welche „manchmal“ (d.h. „es existiert“) gelten.

- Wenn es regnet, ist die Straße nass.
- Es gibt kein Tier, das genau ein Ohr und genau zwei Augen hat.
- Das Quadrat einer ganzen Zahl ist immer gerade.
- Für jeden Vorschlag gibt es jemanden, der ihn kritisiert.
- Keine Regel ohne Ausnahme.
- In manchen Häusern gibt es nicht in jeder Wohnung fließendes Wasser.

## Aufgabe 2: Aussagenlogik: Formalisierung

Übersetze die folgenden Aussagen in Implikationen, indem du geeignete Abkürzungen wie etwa  $M$  für Mathematiker verwendest.

- Gemütliche Menschen stehen erst nach 9:00 Uhr auf.
- Wer nicht gemütlich ist, ist hektisch.
- Wer nicht ruhig ist, kann kein Mathematiker sein.
- Wer hektisch ist, ist nicht ruhig.

Prüfe, ob sich aus den obigen Aussagen die Aussage „Mathematiker stehen erst nach 9:00 Uhr auf“ folgern lässt.

## Aufgabe 3: Aussagenlogische Umformung

**schwierig**

- Stelle die Biimplikation (auch: Äquivalenz) „ $\leftrightarrow$ “ durch eine Kombination der Verknüpfungen „ $\rightarrow$ “, „ $\wedge$ “ dar.
- Stelle die Implikation „ $\rightarrow$ “ durch eine Kombination der Verknüpfungen „ $\neg$ “, „ $\vee$ “ dar.
- Zeige, dass sich die Verknüpfung „ $\wedge$ “ durch eine Kombination der Verknüpfungen „ $\neg$ “, „ $\vee$ “ darstellen lässt, dass also Disjunktion und Negation ausreichend sind, um die komplette Semantik der Aussagenlogik abzubilden.
- Zeige, dass sich die Verknüpfung „ $\vee$ “ durch eine Kombination der Verknüpfungen „ $\neg$ “, „ $\wedge$ “ darstellen lässt, dass also Konjunktion und Negation ausreichend sind, um die komplette Semantik der Aussagenlogik abzubilden.

## Aufgabe 4: De Morgan'sche Gesetze

Zeige durch Umformen, dass folgende Äquivalenzen gelten:

- Absorptionsgesetze**
  - $(A \vee (A \wedge B)) \equiv A$
  - $(A \wedge (A \vee B)) \equiv A$
- De Morgan'sche Gesetze**
  - $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$

$$2. \neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$$

### Aufgabe 5: Mengendarstellung

*Definition:*

Es sei  $\bigcup_{i=1}^n A_i$  die Vereinigung der Mengen  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; also eine Kurzschreibweise für  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ .

Es sei  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  der Schnitt der Mengen  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; also eine Kurzschreibweise für  $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ .

(a) Beschreibe folgende Mengen umgangssprachlich

(i)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, \text{ es ex. } k \in \mathbb{Z}, x = 3 \cdot k\}$

(ii)  $\{x^3 \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 > 3\}$

(iii)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 3x + 2 < 1\}$

(iv)  $\{(x, y) \mid x, y \text{ sind Menschen}, x \neq y, \text{ Eltern von } x = \text{Eltern von } y\}$

(b) Die Mengen  $A_1 := \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A_2 := \{2, 4, 5\}$ ,  $A_3 := \{3, 4, 5, 6\}$  und  $A_4 := \{4, 5, 6, 7\}$  sind gegeben. Beschreibe die folgenden Mengen in extensionaler Form.

(i)  $\bigcup_{i=1}^3 A_i$

(ii)  $\bigcap_{j=1}^4 A_j$

(iii)  $\bigcup_{k=2}^4 (A_k \setminus A_{k-1})$

Viel Erfolg!